

Coleção Palavra de Educador(a)

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

O garoto que vê matemática em tudo

Gildo Gouveia

$$\begin{aligned} \text{mdc}(2,1) &= 1 \\ \text{mdc}(3,2) &= 1 \\ \text{mdc}(13,8) &= 1 \end{aligned}$$



$$b^2 - 4.a.c$$

$$\begin{aligned} f1+2 &= f1+1 \\ f2+2 &= f2+ \\ f3+2 &= f3+ \end{aligned}$$



O garoto que vê matemática em tudo

Gildo Gouveia



GOVERNADOR DO ESTADO DE SERGIPE

Belivaldo Chagas Silva

Coordenador do Programa Editorial da SEDUC

Sidiney Menezes Gerônimo

VICE-GOVERNADORA DO ESTADO DE SERGIPE

Eliane Aquino Custódio

Assessor Administrativo do Programa Editorial da SEDUC: Jonas José de Matos Neto**SECRETÁRIO DE ESTADO DA EDUCAÇÃO, DO ESPORTE E DA CULTURA**

Josué Modesto dos Passos Subrinho

Membros do Conselho Editorial:

Josué Modesto dos Passos Subrinho (Presidente), Sidiney Menezes Gerônimo (Coordenador), Simone Paixão Rodrigues, Rosemeire Marcedo Costa, Eliana Midori Sussuchi, Débora Evangelista Reis Oliveira, Roberto Jerônimo dos Santos Silva, Aglaé D'Ávila Fontes.

SUPERINTENDENTE EXECUTIVO DE EDUCAÇÃO

José Ricardo de Santana

SUPERINTENDENTE ESPECIAL DE ESPORTE

Mariana Dantas Mendonça Gois

O garoto que vê matemática em tudo

Capa: Vitória Bezerra / Ilustração do menino: © Freepik (adaptado)

Diagramação: Vitória Bezerra

Editora SEDUC – 2021

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)

Gouveia, Gildo

G719g O garoto que vê matemática em tudo / Gildo Gouveia.
– Aracaju : Editora SEDUC, 2021.
101 f. – (Coleção Palavra de Educador (a))

ISBN 978-65-996787-1-4

1. Romance Brasileiro. I. Gouveia, Gildo. II. Título.

CDU: 82-31(813.7)

Ficha elaborada pela bibliotecária Ma. Isis Carolina Garcia Bispo – CRB-2037

SECRETARIA DE ESTADO
DA EDUCAÇÃO, DO ESPORTE
E DA CULTURA



SERGIPE
GOVERNO DO ESTADO

Secretaria de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura - SEDUC
Rua Gutemberg Chagas, 169, DIA Inácio Barbosa, Aracaju - SE | CEP: 49040-780

O garoto que vê matemática em tudo

Gildo Gouveia



Editora
SEDUC

SECRETARIA DE ESTADO
DA EDUCAÇÃO, DO ESPORTE
E DA CULTURA



SERGIPE
GOVERNO DO ESTADO

O Programa Editorial da SEDUC

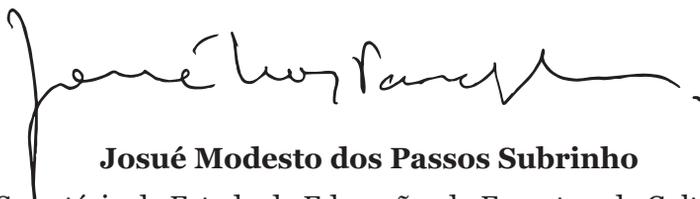
O Programa Editorial da Secretaria de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura - SEDUC/SE apresenta à sociedade os livros produzidos por estudantes, professores(as), profissionais de gestão e pesquisadores(as) em geral, envolvidos(as) com as redes públicas estadual e municipais da educação sergipana. O lançamento dessas obras sinaliza para a concretização de metas estabelecidas no **Plano de Governo Pra Sergipe Avançar (2019-2022)**, cuja execução contou com a participação do Conselho Editorial da SEDUC, de representantes das comunidades escolares e das academias de letras locais. O resultado dessa construção coletiva está materializado nas **Coleções de livros** do Programa Editorial da SEDUC.

A magia de escrever e desenhar é a coleção que cultiva o jardim das primeiras letras, cuidando carinhosamente do processo de alfabetização. A coleção **Estudante escritor(a)** cuida de cada palavra como flor do processo de letramento, que evolui junto com nossos(as) estudantes dos ensinos fundamental e médio.

Já a coleção **Palavra de Educador(a)** transforma dissertações e teses em livros científicos, bem como publica as aventuras docentes pelo universo literário. A coleção **Saberes em gestão educacional**, por sua vez, abriga a produção dos(as) profissionais de gestão que atuam nas estruturas administrativas da SEDUC e das Secretarias Municipais de Educação.

Histórias de Sergipe é o nome da coleção responsável pela preservação da memória sergipana, ao passo que a coleção **Paradidáticos sergipanos** gesta material de apoio didático para todos os componentes curriculares da educação básica. Por fim, a coleção **Autores(as) da inclusão** abraça as criações de estudantes com deficiência no âmbito da educação pública do nosso Estado.

Espera-se que, a cada ano letivo, um novo empreendimento editorial seja divulgado, a fim de que as comunidades escolares possam desenvolver uma cultura escolar do hábito da leitura e da produção da escrita.



Josué Modesto dos Passos Subrinho

Secretário de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura

5% das pessoas pensam. 10% das pessoas pensam que pensam.
Os outros 85% preferem morrer a pensar.

Thomas Edison

Para

Jonatha Antone Matias de Oliveira

Macion Igor Matias de Oliveira

Elisangela Lima da Silva Oliveira.

DEDICATÓRIA

A minha esposa Elisangela pelo apoio incondicional;

Aos meus filhos Macion e Jonatha pela compreensão das minhas falhas;

Aos meus pais Francisco e Matildes pelo exemplo irretocável de serem humano;

Aos meus nove irmãos que sempre me apoiaram em todas as minhas decisões;

PREFÁCIO

Esta é uma história que revela as aventuras do garoto Juca que vê a matemática nas construções arquitetônicas, nas árvores natalinas, na arrumação de ovos nas prateleiras de supermercado, no campo de futebol e, até mesmo, na mortandade de morcegos numa casa velha; fato que o leva a investigar e a concluir que a existência de um vírus era a razão para as mortes dos mamíferos e o quê o fez chamar o fenômeno de pandemia dos morcegos. Através da matemática, ele pôde perceber que era possível calcular a probabilidade de quantos morcegos morreriam a partir da quantidade de morcegos contaminados.

Suas observações e transformações que partiam de análises matemáticas a partir de situações cotidianas, contavam sempre com a orientação de seu grande mestre, o professor Badé, cuja pedagogia o proporcionara chegar as suas demonstrações.

Nesta obra, o leitor, aluno ou professor admirador de matemática, observará que o enredo não aborda um único conteúdo da matéria, mas terá a oportunidade de ter contato com diversos problemas de alto grau de dificuldade que serão perfeitamente compreendidos através da aplicação de estratégias e métodos didáticos aqui aplicados.

O principal objetivo do autor deste livro é humanizar a matemática contando uma bonita história em que um aluno e seu mestre, através de uma linguagem simples, buscam demonstrar reso-

lução de problemas complexos.

No decorrer da história, veremos que durante um ano letivo, o professor Badé adoece e, em consequência disso, realiza vários exames para descobrir a causa de sua enfermidade, culminando com o descobrimento de uma doença em sua fase terminal. Como consequência, é afastado das atividades escolares para o tratamento, contudo o garoto Juca continua a levar suas demonstrações e a receber orientações do professor.

O mestre Badé se sente importante e útil ao aluno, o que os torna amigos e confidentes, enquanto o aluno motiva seu mestre a viver e se sentir admirável até o seu último dia de vida.

SUMÁRIO

Introdução	13
A origem	17
A árvore de Natal	23
Bolas de isopor	31
Oração e fé	38
Solução emocional	42
Primeiro encontro	49
Campo de futebol	52
Reduzindo para aumentar	69
A morte do cachorro	74
A pirâmide de ovos	77
Cubo mágico quebrado	89
Pandemia de morcegos	94
O fim	104

INTRODUÇÃO

Nesta obra o leitor se deliciará com uma história entrelaçada a partir de ações que formam um enredo cheio de aventuras relacionadas à matemática com pontos comoventes que marcam o convívio entre um garoto e seu professor, cuja metodologia foge dos parâmetros tradicionais e possibilita enxergar a matemática através da aplicação de fórmulas criadas a partir de observações do cotidiano. A genialidade do garoto se dá com a sensibilidade na observação e transformação do meio que em vive em aplicações matemáticas.

A metodologia inovadora e genial aplicada pelo professor para motivar o garoto a transformar o que enxerga em matemática, utilizando meios para orientar sem dar as respostas, e sim mostrando caminhos que possibilitam ao menino transformar em regra matemática tudo o que vê, apresentando não apenas a fórmula, mas provando suas demonstrações.

Com um modo de vida comum a todos os garotos de sua cidade, Juca jogava bola com os amigos, batia papo nas redes sociais, andava de bicicleta, assistia a filmes, séries, lia bons livros e era criado com muito carinho e amor. Uma de suas várias virtudes era a persistência e o autodidatismo. Assim, quando o desafiavam e ele não conseguia resolver imediatamente algum problema seja de matemática ou outro qualquer silenciava e analisava todas as possibilidades até conseguir solucioná-los.

Quando tinham jogos pedagógicos nas aulas com problemas

de raciocínio, ele sempre iniciava procurando possíveis soluções com a maior probabilidade de acerto. Caso percebesse que não ganharia com aquele raciocínio, ia modificando, mas sempre procurando soluções com a maior possibilidade até conseguir resolver os problemas propostos.

Juca sempre foi um garoto assíduo, comprometido com sua educação, e apaixonado por matemática. resolvia todas as atividades propostas pelo professor Badé buscava novos desafios em livros e sites. Com a intenção de desafiar a si mesmo, quando não conseguia resolver alguma questão, anotava suas dúvidas para na aula seguinte pedir orientação ao professor que sempre o surpreendia com explicações e análises que nunca o levava à solução imediata, mas que mostravam caminhos para encontrar suas respostas, afirmando que o problema podia, ou não, ter solução; motivando-o a descobrir sozinho a resposta exata, Badé sempre citava Tomas Edison: “Um gênio é uma pessoa de talento que faz toda a lição de casa e a surdez foi de grande valia para mim. Poupe-me o trabalho de ficar ouvindo grande quantidade de conversas inúteis e me ensinou a ouvir a voz interior”.

O professor Badé falava para Juca que aprender é como uma construção arquitetônica ao afirmar que antes de tudo é preciso construir o alicerce, depois as paredes e em seguida os acabamentos. Ancorado no pensamento de Edison, sempre que encontrava problemas matemáticos que não conseguia responder de imediato, o educador recitava as palavras do filósofo: “Eu não fracassei setecentas vezes. Eu não fracassei nenhuma única vez. Eu consegui provar que essas setecentas maneiras não funcionam. Quando ti-

ver eliminado todas as maneiras que não funcionam, descobrirei a que funciona”

Badé falava que se ele mostrasse a solução, seria como mostrar apenas a beleza arquitetônica acabada, Juca ia ficar deslumbrado com a solução, contudo não ia entender o mais importante, por isso, mostrava o caminho para que o menino conseguisse encontrar a solução.

Juca tinha sempre um olhar observador, era apaixonado pelos números e via matemática nas construções das igrejas, prédios, nos móveis de sua casa, nas arrumações das mercadorias nos supermercados, na arrumação das frutas nas feiras livres. Em tudo ele via matemática e procurava encontrar uma fórmula que possibilitasse calcular o que ele enxergava.

O leitor observará que a história aqui escrita se ampara na teoria de Vygotsky “o aprendizado decorre da compreensão do homem como um ser que se forma em contato com a sociedade”.

No caso do garoto, ele transforma muito daquilo que vivencia em regras matemáticas e o professor tem papel importantíssimo no seu crescimento intelectual e Juca, em contrapartida, contribui com a motivação do professor em se sentir útil até o último momento de sua vida.

Além do conhecimento matemático, o leitor terá uma história emocionante em que o grande mestre tem uma doença terminal e as únicas coisas que ainda lhe mantém motivado a viver são a amizade com o garoto e seu amor pela matemática.

O professor Badé se ausenta da escola, mas o garoto Juca o mantém como seu grande mestre indo a sua casa levar os problemas encontrados no seu dia a dia e recebendo orientação de como chegar a uma fórmula e sua devida demonstração. Sempre propunha desafios ao estudante, guardando as soluções trazidas pelo garoto.

Quando é percebido que o professor se encontra em seus últimos momentos de vida, este é homenageado pela escola e na ocasião, como um grande ser humano, aproveita para agradecer ao seu amigo Juca.

A origem

CAPÍTULO I

Mingu e Elis, dois jovens que se casaram e viveram os primeiros anos de matrimônio numa pequena cidade cuja economia girava em torno da agricultura e da pecuária e onde o primeiro filho do casal, Juca, nasceu. Numa fazenda em que Mingu trabalhava como vaqueiro, Juca deu seus primeiros passos e cresceu em meio à atividade agrária de seus pais. Passados tempos, o pai do garoto começa a pensar num futuro melhor para seu filho, passando a planejar a mudança para a cidade grande. Não era tão fácil sair de um lugar simples para morar em uma capital, principalmente, para eles que tinham apenas o Ensino Médio e sem experiência alguma de trabalho em grandes capitais. Mingu sabia manusear a enxada, foice, tirar leite, fazer queijo coalho, trabalhar com tratores, forrageira e outros maquinários agrícolas, não tinha habilidade alguma com serviço de cidade grande.

Sair da fazenda e enfrentar os desafios do centro urbano lhe exigia muita força de vontade. Embora Elis estivesse acostumada a ajudar Mingu na luta diária, não queria que seu filho tivesse o mesmo destino que eles.

Por dois anos, juntaram todo o dinheiro que puderam, não era muito, mas dava para se manter por dois ou três meses na capital, pagando aluguel de uma casa simples e se alimentando com o necessário. Acreditavam que esse seria o tempo suficiente para

conseguirem algum trabalho.

Foram à capital, alugaram uma casa e levaram tudo que possuíam - não eram muitos seus bens -, mas se orgulhavam do que possuíam, pois conseguiram à custa de muito suor. Nos primeiros dias, após a chegada à capital, Mingu saía diariamente à procura de trabalho, sabia que tinha pouco tempo para arrumar um emprego, logo não foi nada fácil, pois quando encontrava uma oportunidade de trabalho, nunca era selecionado, porque não possuía experiência na área.

Elis também não ficou parada, ia regularmente à procura de ganhar algum dinheiro para complementar a renda, mas com uma criança era difícil encontrar. Quando encontrava algo que ela podia fazer, não encontrava creche para deixar seu filho.

Assim, nas primeiras semanas, foi desesperador. Pensaram em voltar à cidade antiga antes que acabasse todo o dinheiro das economias, quando numa sexta-feira pela manhã, após o café, Mingu já desanimado saiu de casa em busca de trabalho e resolveu entrar em uma loja que vendia material agrícola, já pensando na possibilidade de ter que voltar a sua terra natal. Observava aquelas máquinas com tanta familiaridade que o dono da loja, o Sr. Pedro, aproximou-se dele e lhe perguntou se sabia usar aquelas máquinas. Mingu, confiante, respondeu que sim, mas estava à procura de um emprego, pois tinha deixado a terra natal em busca de oferecer uma vida melhor à família.

O Sr. Pedro interessou-se em ouvir a história dele, convidou-o para tomar um café em seu escritório e ele, prontamente, aceitou.

Lá conversaram por mais de duas horas. Mingu contou seus projetos de vida, mas o Sr. Pedro queria saber o que ele fazia quando ainda estava na cidadezinha e ele contou brevemente sua história. Nem passou pela cabeça de Mingu pedir emprego ao dono da loja, já que acreditava que não estaria preparado para ser um vendedor depois de bater em tantas portas procurando emprego e ser reprovado por não possuir experiência. A esta altura, já pensava em trabalhar como servente de pedreiro ou ajudante de carpinteiro, pois esses serviços não precisavam de mão de obra qualificada.

Após a longa conversa, Mingu pegou na mão do empresário e se despediu: - Vou à procura de trabalho, pois preciso encontrar um urgente! O Sr Pedro falou que não precisava, uma vez que já tinha encontrado. Embora não tivesse vaga no momento para vendedor, precisava de alguém que conhecesse bem o funcionamento das máquinas, visto que os únicos conhecimentos sobre elas vinham das informações disponíveis nos guias e orientações de uso. Reconhecendo que o agricultor conhecia os equipamentos na prática, viu que era mais fácil este convencer alguém a comprá-las.

Mingu nem acreditou, seus olhos brilharam de emoção, ao mesmo tempo em que o medo esfriava a coluna o que o levou a falar em voz alta: - Não sei vender! Nem me comunicar direito com os clientes! O Sr. Pedro o tranquilizou dizendo: - Não tenha medo, no início é assim mesmo, mas com o tempo perceberá que é talentoso. Percebi que tem habilidade desde o primeiro momento que iniciamos a conversa!

– Quando começo? – Perguntou Mingu. – Amanhã às 7h este-

ja aqui e vamos dar início a uma longa jornada de trabalho. Tere-
mos, no final de semana, uma feira de agricultura na cidade onde
vamos apresentar nossas máquinas e vender o máximo que puder-
mos. – Disse o empresário. – Tudo bem! Respondeu Mingu.

Voltou para casa parecendo que estava flutuando, a alegria era
imensurável. No caminho já estava fazendo planos de como lidar
com as vendas, não entendia nada, mas ia fazer o máximo para
aprender o mais rápido possível.

Chegando a casa, Elis não só perguntou por que chegou tão
cedo como também por que estava tão feliz. Mingu respondeu que
tinha encontrado um emprego e que agora ia poder oferecer ao
filho uma vida melhor. Elis o abraçou forte e começou a chorar.
Mingu perguntou: Por que está chorando? Ela respondeu: - Agora
vamos conseguir o que planejamos. Não choro de tristeza, e sim de
alegria! Já não acreditava ser possível se manter na cidade grande,
meus sonhos já estavam se transformando em pesadelos! Mingu
afirmou: - Os meus também.

A partir deste momento tudo começou a dar certo, Mingu se
tornou um excelente vendedor, Elis não só encontrou uma creche
para deixar Juca durante o dia, como também encontrou um em-
prego de vendedora em uma loja de roupas, não ganhavam muito,
mas era o suficiente para se manter com dignidade em uma grande
cidade.

O tempo de sofrimento serviu para se transformarem em ex-
celentes poupadores, gastavam somente o necessário e juntaram
tudo que podia. Após três anos de trabalho, compraram uma ca-

sinha e aos poucos foram reformando, transformando o lar do jeito que eles queriam. Juca ia crescendo e precisava estudar numa escola em que os alunos passassem o dia estudando. Com isso, o pai do menino buscou saber sobre as possibilidades de matricular o filho quando foi informado pelo patrão que a dois quarteirões de sua casa havia uma escola muito boa. Foi informado que nessa escola os alunos das séries iniciais ficam o dia inteiro e apenas os alunos das séries finais do Ensino fundamental estudavam um único turno.

No dia seguinte, Elis foi à escola se informar sobre os procedimentos para matricular seu filho e foi alertada de que havia poucas vagas para uma demanda muito grande e que se quisesse pôr o garoto naquela instituição teria que dormir na fila, no dia da matrícula. Elis não desanimou e logo respondeu à secretária da escola: - Não tem problema! Dormirei quantas noites forem necessárias, pois preciso de uma vaga nesta escola. Era numa sexta-feira, a escola entregou o calendário de matrícula o qual informava que na próxima segunda-feira iniciariam as matrículas.

Quando saía da escola, observou que já tinham pessoas na fila e ficou bastante preocupada, ligou para patroa pedindo liberação do trabalho a fim de garantir a vaga do filho. Esta atendeu, prontamente, ao pedido, dizendo que bastava ir trabalhar quando fizesse a matrícula do Juca, Elis agradeceu e já ficou na fila desde então, conseguindo assim colocar o menino na escola.

Nos anos iniciais, Juca já se destacava na turma, aprendeu a ler e contar logo cedo. Quando a professora propunha problemas

matemáticos, ele resolvia rapidamente. A professora precisava trazer mais exercícios para ele que para os demais, mesmo assim ele acabava primeiro que todos.

Quando começou a estudar o ensino fundamental maior, em que cada disciplina era trabalhada por um professor, Juca conheceu o professor Badé que era apaixonado por matemática e este o ajudou a construir seu raciocínio matemático.

O orientador sempre falava na aula que a matemática está em todo lugar, se observassem com atenção era possível vê-la em tudo. Juca entendeu perfeitamente o recado do mestre e observava tudo com atenção, quando via algo interessante que conseguia relacioná-lo à matemática, levava para o professor e este o motivava a se aprofundar ainda mais.

A pedagogia aplicada pelo professor Badé fez com que Juca conseguisse perceber que os números estavam por toda parte. A curiosidade desse garoto e suas aventuras com as observações numéricas é o que veremos nos próximos capítulos.

A árvore de Natal

CAPÍTULO II

O final do ano chegando, as casas se enfeitam com árvores de natal, as lojas contratam os mais criativos papais-noéis, as cidades brilham com pisca-piscas e luzes de várias cores. Ao passar por uma residência, Juca percebeu uma árvore diferente, formada por números numa sequência que o deixou intrigado. Aquela árvore ficou cravada na sua memória. Ao deitar para dormir, sua mente não sossegou os olhos fechados, mas a imagem do pisca-pisca com a sequência numérica não o deixou em paz. Levantou, pegou o lápis e caderno, anotou os números na ordem sequencial que estava na árvore, acalmou a mente e se comprometeu que no dia seguinte iria tentar entender o que tinha de tão belo naquela árvore.

A árvore era formada por bolas coloridas e numeradas numa ordem intrigante para quem adora números. A imagem vista pelo garoto era numerada da seguinte forma:

1
1 2
2 3 4
3 4 5 6
5 6 7 8 9
8 9 10 11 12
13 14 15 16 17 18 19

Ao despertar do sono, no dia seguinte, após sua higienização pessoal, tomou seu café, arrumou seus materiais da escola e foi assistir à aula. Durante aquela manhã, não prestou a atenção à aula, seus pensamentos estavam na árvore de natal vista no dia anterior.

Escrevendo em seu caderno várias vezes aquela sequência e fazendo diversas tentativas para descobrir quais seriam os elementos numéricos da linha seguinte, sem sucesso, sabia que tinha algo de especial naquela árvore que o desafiava e o motivava a ponto de ficar triste por não conseguir desvendar tal mistério. A professora percebeu que ele estava distante, logo questionou o porquê de está aparentemente preocupado. Juca respondeu que não estava preocupado, mas que estava tentando entender uma sequência numérica que havia visto em uma árvore de natal no dia anterior, que ainda não entendia, mas só iria aquietar quando descobrisse a sequência.

A professora responde que era da área de Ciências Humanas, que nem iria perguntar qual seria essa sequência, pois não tinha como poder contribuir com sua inquietação, já que o conhecia bem e sabia que só aquietaria quando entendesse completamente, logo resolveu o deixar pensar em paz.

Várias folhas de caderno já tinham sido riscadas, sequências de raciocínio de todos os modos e nada, a cabeça já no limite do stress. A aula acabou, saiu da sala cabisbaixo, sem olhar para os lados, imaginando o sol forte fora da escola e o calor insuportável que iria enfrentar.

No corredor da escola que dá acesso ao portão de saída, en-

contra Badé o professor de matemática, logo, ambos caminham na mesma direção ao portão de saída. Juca comenta sobre a árvore de natal feita com bolas de números e sua inquietação para verificar se tinha algo matemático além dos números.

Badé pediu para olhar e, se possível orientá-lo, – Claro professor! – Disse Juca. Entraram em uma sala que ainda estava aberta, Juca pegou o desenho feito por ele e mostrou a Badé que logo percebeu a genialidade de quem a construiu. Disse: - Tem sim, garoto, uma sequência genial, vou dizer apenas que observe a sequência dos primeiros números de cada linha.

Em frente à escola havia uma sorveteria e resolveram ir juntos tomar sorvete de baunilha, pediram duas bolas para cada, sentaram nas cadeiras e saborearam o refrescante sorvete. A cabeça do garoto não parava um momento, vou desistir, pensou ele, não tem nada de matemática ali. É uma sequência aleatória, o professor quer apenas que eu chegue a esta conclusão, como sempre, ele nunca dá a resposta.

Na saída da sorveteria, Badé lembra ao garoto das frases de Thomas Edison ao reafirmar que: - “Uma experiência nunca é um fracasso, pois sempre vem demonstrar algo. Eu não falhei, apenas descobrir 10 mil maneiras que não funcionam”. Enfatizou - Nunca esqueça disso!

Chegando a casa, já mais calmo, resolveu tomar banho. Ligou o chuveiro na potência máxima, a água despontava com muita força, batia em sua cabeça e escorria pelo rosto, baixou os braços deixando que a água escorresse por onde achasse melhor em seu corpo, em seguida, almoçou e deitou para uma soneca.

Sobre o colchão com o travesseiro embaixo da nuca, relaxando por um momento, esqueceu-se do problema, mas de repente a mente direcionou para os primeiros elementos de cada linha e ele gritou: – Como não tinha percebido isto! Que bobagem! Não acredito que não tinha observado!

Os elementos da primeira linha, como disse o professor, são 1,1,2,3,5,8,13. Logicamente o primeiro elemento da linha seguinte será 21, pois é a soma dos dois elementos anteriores $8 + 13$. Como pude perder tanto tempo para ter esta percepção que se trata da sequência de Fibonacci!

No dia seguinte, procurou o professor Badé e disse que se tratava da sequência de Fibonacci.

– Sim. – Disse Badé, agora vou lhe propor outro desafio sobre a árvore.

– Tudo bem! – Disse Juca.

– Você irá pesquisar e encontrar uma fórmula de calcular a soma dos primeiros elementos das linhas.

– Certo. – Falou o garoto.

Após a aula, Juca almoçou, deitou por 30 minutos, em seguida, sentou na sua escrivaninha e começou a pensar e pesquisar sobre o desafio proposto pelo professor.

Para encontrar esta fórmula, Juca fez algumas observações:

$$f(1 + 2) = f(1 + 1) + f(1)$$

$$f(2 + 2) = f(2 + 1) + f(2)$$

$$f(3+2) = f(3+1) + f(3)$$

•
•
•

$$f(n+2) = f(n+1) + f(n), \text{ para todo } n \text{ e } f(1) = f(2) = 1$$

Outra observação interessante que Juca percebeu é que dois números consecutivos na sequência acima são sempre primos entre si.

$$\text{mdc}(2, 1) = 1$$

$$\text{mdc}(3, 2) = 1$$

$$\text{mdc}(13, 8) = 1$$

Com isso o $\text{mdc}[f(n), f(n-1)] = 1$ para todo natural maior ou igual a 1.

Para mostrar que isso é verdade, o garoto resolveu usar o algoritmo de Euclides, dividindo até que a resultado deixasse o resto igual a zero. Para facilitar o garoto exemplificou usando dois números conhecidos.

Calculou o $\text{mdc}(30, 18)$.

$$30 = 18 \cdot 1 + 12$$

$$18 = 12 \cdot 1 + 6$$

$$12 = 6 \cdot 2 + 0$$

Ou seja, o $\text{mdc}(30, 18)$ é igual a 6.

Usando esse raciocínio, o estudante calculou agora o máximo

divisor comum de dois números na sequência de Fibonacci.

$$\begin{aligned}
 & \text{mdc}(f(n+1), f(n)) \\
 f(n+1) &= f(n) \cdot 1 + f(n-1) \\
 f(n) &= f(n-1) \cdot 1 + f(n-2) \\
 & \cdot \\
 & \cdot \\
 & \cdot \\
 f(4) &= f(3) \cdot 1 + f(2) \\
 f(3) &= f(2) \cdot 2 + 0
 \end{aligned}$$

Ou seja, o $\text{mdc}[f(n+1), f(n)] = f(2) = 1$

Observando a sequência 1,1,2,3,5,8,13 Juca percebeu que somando

$$\begin{aligned}
 (1+1) &= 3-1 = S(2) = f(2+2) - 1 \\
 (1+1+2) &= 5-1 = S(3) = f(3+2) - 1 \\
 (1+1+2+3) &= 8-1 = S(4) = f(4+2) - 1 \\
 (1+1+2+3+5) &= 13-1 = S(5) = f(5+2) - 1
 \end{aligned}$$

Percebendo, assim, que para somar os números numa sequência de Fibonacci devemos usar a seguinte regra:

$$1 + 1 + 2 + 3 + 5 + \dots + n$$

Sendo n um número pertencente à sequência de Fibonacci, a soma dos n -ésimos números nesta sequência de Fibonacci é encontrada pôr:

$$S(n) = f(n+2) - 1$$

Para demonstrar esta fórmula Juca fez as seguintes anotações.

$$f(1) = f(3) - f(2)$$

$$f(2) = f(4) - f(3)$$

$$f(3) = f(5) - f(4)$$

$$f(n-1) = f(n+1) - f(n)$$

$$f(n) = f(n+2) - f(n+1)$$

Somando tudo:

$$\begin{aligned} f(1) + f(2) + f(3) \dots + f(n-1) + f(n) = \\ f(3) - f(2) + f(4) - f(3) + f(5) - f(4) + \dots - f(5) \dots \\ + f(n+1) - f(n) \dots f(n+2) - f(n+1) \dots - f(n) \end{aligned}$$

Resolvendo, tem-se:

$$f(1) + f(2) + f(3) \dots + f(n-1) + f(n) = f(n+2) - f(2),$$

$$\text{Como } f(2) = 1$$

Tem-se $S(n) = f(n+2) - 1$, conforme Juca pretendia demonstrar.

O garoto pesquisou e percebeu que existem muitas informações sobre a sequência de Fibonacci, porém naquele momento es-

tava satisfeito com suas descobertas.

Quando acabou a prova, o garoto saiu correndo para mostrar ao seu professor Badé. – Encontrei o que procurava! – Gritou. Inicialmente acreditei que seria uma sequência simples, mas descobrir que o primeiro elemento da n -ésima linha era a soma dos dois primeiros elementos das linhas imediatamente anteriores. – Disse o aprendiz.

Juca perguntou: – Por que o senhor nunca dá a resposta? O professor Badé responde citando um texto do livro pedagogia da autonomia de Paulo Freire: “Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. Esses que fazeres se encontram um no corpo do outro. Enquanto ensino, continuo buscando, procurando. Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo educo e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade”.

Após a citação, o professor Badé, contente com sua conclusão, pediu que todos os alunos da sala sentassem em círculo para que Juca apresentasse a sua mais nova descoberta. Era uma sexta-feira e após o intervalo a sala ficou assistindo à apresentação do garoto, que apresentou com entusiasmo a nova descoberta.

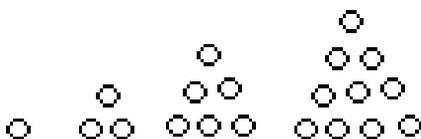
Bolas de isopor

CAPÍTULO III

Quando Juca concluiu a apresentação, o professor Badé pediu que, no dia seguinte, todos os alunos trouxessem várias bolas de isopor, para uma tarefa que ele iria propor.

Chegando a sua casa, o garoto falou para os pais que precisava de várias bolas de isopor, o pai Mingu, que estava de folga, saiu com Juca para fazer a compra em uma papelaria.

Chegando, perguntou ao vendedor onde encontrava estas bolas. De imediato o vendedor os levou ao local em que estavam arrumados os pacotes com quantidades diferentes, estes foram arrumados de forma plana e expostos em uma prateleira. O vendedor mostrou a vitrine a qual os pacotes estavam arrumados de forma triangular como mostra a figura abaixo.



Juca logo observou que os pacotes com mais de uma bola formavam triângulos e isto lhe deixou curioso. Pediu ao pai que comprasse um pacote de cada, mas o pai não concordou, pois o pacote com mais bolas se tornava mais barato, era mais barato comprar dois pacotes com 10 bolas do que comprar um de cada, entretanto Juca insistiu e o pai atendeu ao pedido.

No dia seguinte, ao chegar à aula de matemática, o professor Badé trazendo palitos mandou que cada aluno formasse figuras tridimensionais, perfurando as bolas com palitos de modo que os palitos seriam as arestas das figuras construídas de acordo com a orientação do professor.

Juca pediu permissão ao professor para não abrir os pacotes, pois iria analisar a sequência de bolas que formavam os triângulos e descobrir se existia uma relação entre a quantidade de bolas e o número de triângulos na sequência empacotada.

O professor Badé sabiamente não impediu que seu aluno prosseguisse com sua curiosidade, não confirmou a existência da relação, analisando se o garoto iria conseguir perceber ou não. Aprender requer pensar, refletir, ter motivação pessoal para pesquisar. Se não houvesse uma maneira de calcular aquela relação, mesmo assim o professor Badé deixa que o garoto chegue a essa conclusão. Para o professor, qualquer aprendizado seria muito importante, se chegasse a uma conclusão errada, ele interferiria orientando, mas nunca ignorando.

O professor sabendo que existia uma maneira de calcular, concordou com o garoto e pediu que se chegasse a uma conclusão, demonstrasse-a. Lembrou a Juca que Thomas Edison dizia: “Eu aprendi muito mais com os meus erros do que com meus acertos o caminho mais curto é sempre tentar mais uma vez”.

Juca ouviu atentamente as orientações do professor e iniciou suas tentativas de interpretar aquela sequência. Não tinha certeza de que existisse alguma regularidade, mas devia observar atenta-

mente e descobrir, caso desvendasse o que procurava, deveria encontrar uma fórmula que possibilitasse provar a sua regularidade.

Iniciou numerando e ordenando as quantidades de bolas em cada saco plástico, chamando-os de $A(1)$ o primeiro saco, de $A(2)$ o segundo saco e, assim, sucessivamente como mostrado abaixo.

$$A(1) = 1 \text{ bola}$$

$$A(2) = 3 \text{ bolas}$$

$$A(3) = 6 \text{ bolas}$$

$$A(4) = 10 \text{ bolas}$$

Observando a sequência acima, Juca não conseguiu encontrar uma fórmula de imediato e pensou bastante, mas não chegou a nenhuma conclusão. Ele deixa para pedir ao professor uma orientação no dia seguinte. Se houver alguma regularidade e/ou irregularidade, ele me dará uma pista e continuarei tentando.

No dia seguinte, na aula do professor Badé, falou que estava difícil encontrar. Mostrou até onde tinha feito, mas não conseguia seguir, já estava desistindo de continuar a tentar quando o professor falou para Juca um texto que leu no livro *O Poder da paciência* de M. J. Ryan.

Neste livro ele diz que enquanto Thomas Edison tentava chegar a um resultado ele dizia: “Eu não fracassei setecentas vezes. Eu não fracassei nenhuma única vez. Eu conseguir provar que essas setecentas maneiras não funcionam. Quando tiver eliminado todas as maneiras que não funcionam, descobrirei a que funciona”.

O professor mandou que este observasse as diferenças entre dois termos consecutivos a partir do primeiro elemento.

Quando chegou a casa, almoçou, deitou por 30 minutos e foi fazer suas tarefas escolares. Em seguida, voltou ao problema e observou que a quantidade de bolas contidas no saco seguinte dependia imediatamente da quantidade de bolas do saco anterior, como mostrado a seguir.

$$A(1) = 1$$

$$A(2) = A(1) + 2$$

$$A(3) = A(2) + 3$$

$$A(4) = A(3) + 4$$

Chegando a conclusão de que para encontrar a quantidade de bolas no saco seria igual a somar a quantidade de bolas no saco $A(n)$ anterior com o valor de (n) .

$$A(n) = A(n-1) + n$$

Na aula seguinte, mostrou ao professor sua conclusão, mas este disse que seria possível encontrar uma fórmula fechada para calcular o valor de $A(n)$ em função apenas de (n) .

Sugeriu que o garoto somasse $A(1) + A(2) + A(3) + \dots + A(n-1) + A(n)$

Juca seguindo as orientações do professor escreveu:

$$A(1) + A(2) + A(3) + \dots + A(n-1) + A(n) = \\ A(1) + A(2) + A(3) + \dots + A(n-1) + (1 + 2 + 3 + \dots + n)$$

Eliminando os termos semelhantes em ambos os lados chegou a seguinte conclusão:

$$A(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + n$$

Após essa conclusão, Juca observou que os três primeiros números (1, 2 e 3), o valor 2 é a média aritmética entre os dois extremos e para verificar se isso era constante, ele somou alguns valores extremos na sequência e observou que a igualdade ocorre.

$$\{1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n\}$$

$$\frac{(1+n)}{2} = \frac{[2+(n-1)]}{2}$$

Assim, para somar os valores da sequência acima, basta multiplicar a média dos extremos pela quantidade de elementos da sequência.

Após esta percepção, Juca concluiu que o valor de $A(n) = \frac{(n+1)}{2} \cdot n$

Para provar se era verdade, Juca precisava provar por indução sobre (n) que a função acima é verdadeira, para isso ele mostrou que:

Para $n = 1$

$$A(1) = \frac{(1+1)1}{2} = 1$$

Com isso, ele percebeu que vale para $n = 1$ supôs válido para $n = k$ e deve mostrar agora que vale para $n = k + 1$.

Para isso usou a seguinte estratégia:

$$[1 + 2 + 3 + k] + (k + 1) = \frac{(k + 1)}{2} \cdot k + (k + 1)$$

$$A(k + 1) = \frac{(1 + k)k + 2(k + 1)}{2}$$

$$A(k + 1) = \frac{(k + 1)(k + 2)}{2}$$

O menino mostrou que a fórmula vale para todo $n = k + 1$.

– Agora vou escrever direitinho e pedir ao professor que verifique se está correta minha demonstração. – Disse Juca.

Anotou em uma folha tudo que precisava ser escrito, dobrou com cuidado, pôs entre as folhas do caderno de matemática para entregar ao professor no dia seguinte.

Na aula de matemática, mostrou ao professor todo o caminho percorrido para chegar à fórmula. Este pediu que deixasse sobre a mesa, que iria analisar e, quando concluísse daria sua opinião. O garoto já previa que iria dizer isso, por isso, já tinha escrito em uma folha separada.

Durante esta semana, o professor Badé não mencionou nada sobre a demonstração feita por Juca, no último dia de aula da semana, o garoto perguntou sobre o que tinha escrito, e o professor apenas disse que não tinha tido tempo de analisar, pois tinha passado muito tempo fazendo exames médicos, mas que, no final de semana, analisaria e daria uma resposta na semana seguinte.

–Tudo bem.– Falou Juca. No entanto, aquela atitude estava

estranha, o professor Badé nunca demorava tanto, sempre ágil e entusiasmado vibrava com cada descoberta de Juca como se fosse um gol do seu time do coração.

Oração e fé

CAPÍTULO IV

Durante o final de semana, ficou imaginando o que o professor iria dizer. Em seus pensamentos logo vinha a certeza de que seu mestre, após a leitura, iria falar que ele via matemática em tudo. Ansioso como sempre, na segunda-feira pela manhã cedinho, já estava pronto, louco para ir à escola e ouvir do seu professor um elogio. Ao chegar à hora da aula, o mestre não apareceu no horário marcado para a aula de matemática. Quem chegou foi a equipe diretiva juntamente com uma psicóloga a fim de apresentarem outro professor para a disciplina.

Iniciaram a apresentação dizendo que o professor Badé iria se ausentar por uns dias, porém não entraram em detalhes, apenas pediram que os alunos dessem boas-vindas ao novo professor de matemática chamado Davinho e que tudo ia continuar como antes.

Todos da sala se entristeceram. Naquela aula a psicóloga ficou com a turma, sabia o quanto o professor Badé era amado por todos. Embora perguntassem os motivos da substituição, a psicóloga não falou, desviava o foco procurando se preparar para falar algo, mas naquela aula ela não nos disse nada. Ela percebeu que a turma não estava preparada para ouvir o que tinha a dizer.

Um monte de perguntas veio à cabeça de Juca. Será que ele se desentendeu com a direção e o demitiram? Será que se mudou da

cidade ou será que está doente? Não. – Pensou o garoto. Ele deve está com raiva da turma e não quer vir mais nos ensinar.

A aula acabou, todos estavam tristes, o professor Davinho também ficou triste e preocupado com a aceitação dele em relação à substituição. Acenou com tchau e falou apenas: – Até a próxima.

A aula seguinte era de educação física e o professor resolveu tirar todos da sala e os levar para a quadra poliesportiva. Já sabendo da tristeza dos alunos, este mudou seu planejamento de aula e fez uma aula dinâmica para descontrair. A dinâmica acabou com todos ainda melancólicos.

Elis, mãe de Juca, na porta da escola logo perguntou: – O que aconteceu? Todos os alunos estão cabisbaixos. Juca falou: – O professor Badé foi substituído e não falaram o porquê, não sabemos se foi por problemas pessoais ou simplesmente a escola resolveu o demitir.

– Vou à secretaria saber o que aconteceu. – disse Elis. Juca segurando em sua mão entrou na escola e quando chegaram à sala da diretoria se depararam com os professores, coordenadores e direção, todos com cara desanimada. – O que aconteceu com o professor? – perguntou a mãe. – Melhor o garoto sair, conversaremos e depois a senhora o informa. – Pediu a direção.

– Tudo bem. – disse Elis. Juca saiu da sala da direção, encostou as costas na parede, deixou descer vagarosamente até sentar no piso, com o celular na mão, girava-o sobre seus dedos, olhava para cima e para baixo, após algum tempo, Elis sai com o rosto muito aflito. Juca, ansioso, pergunta: – E aí mãe, o que aconte-

ceu? Elis com os olhos cheios de lágrimas pega a mão dele e diz: – No caminho conversamos e conto o que está acontecendo. – Tudo bem. – diz Juca, saindo da escola. A mãe vai em direção ao carro, abre a porta, põe a sacola do garoto na parte de traz, manda o garoto entrar, põe o cinto de segurança, abre a porta do motorista, liga o carro e sai vagarosamente, pois ainda havia alunos aguardando seus pais chegarem para os pegarem.

Logo que sai Juca fala:

– Agora a senhora já pode falar mãe?

– Sim, é uma situação meio complicada, mas é preciso que você e seus amigos aceitem o novo professor, ele vai contribuir para o aprendizado de vocês. – disse Elis.

– Juca ansioso diz: – Sim.

– Mas e o professor o que aconteceu?

– Tudo bem disse a mãe, não vou mais enrolar, o professor Badé está com uma doença grave, precisa ser tratado com muito cuidado, será submetido a remédios fortíssimos e precisa de descanso.

– Mas ele volta a ser nosso professor?

– Este ano acredito que não, mas devemos ter fé e orar muito pela recuperação dele.

– Eu posso ir vê-lo?

– Melhor não. – disse a mãe.

Chegaram em casa, a mãe abre a porta do carro, Juca retira o

cinto e sai correndo para o seu quarto.

– O pai diz: – Cadê meu abraço, esqueceu?

– Deixe-o. – Responde Elis.

O pai pergunta: - O que aconteceu?

E a mãe conta toda a história.

Os dois sentam e conversam entre si, procurando uma maneira de ajudar o filho a superar a falta do professor.

Decidiram conversar com o garoto, sentaram-se cada um em um dos lados da cama e falaram:

- Amanhã iremos providenciar um transporte para trazê-lo da escola, nenhum de nós pode ir pegá-lo.

– O garoto falou: – Não precisa.

–Claro que precisa. –disse Mingu.

– Já estou grande, sei me virar e a escola é perto. – falou Juca.

– Tudo bem. – Respondeu Elis, mas como você está agora?

– Estou bem. – disse Juca. – Não se preocupe comigo e sim com o professor.

– Vamos fazer uma oração agora todos nós juntos. – disse Elis.

– Sim, mãe. – disse Juca.

Todos baixaram a cabeça, o garoto com muita fé e em voz alta, pediu que Deus permitisse que o professor ficasse bom o quanto antes e voltasse a lhe dar aulas, Elis iniciou a oração do pai nosso e todos a acompanharam.

Solução emocional

CAPÍTULO V

Após a oração, a mãe se retira, vai até a cozinha terminar o almoço e em seguida põe a mesa e chama Juca e Mingu para almoçar, pois Mingu ainda precisa voltar ao trabalho. Ambos sentam à mesa cada um se servem e almoçam. O pai se arruma e sai para trabalhar, o garoto como não tinha tarefa naquele dia, deitou e começou a pensar como veria o professor sem que ninguém desconfiasse. Então, fingiu que estava dormindo durante a tarde inteira, mas na verdade estava raciocinando como entrar em contato com o seu querido mestre.

A casa do professor Badé não ficava longe da sua, mas ficava do lado oposto em relação à escola. A distância da sua casa até a escola ele não sabia ao certo, ainda que passasse por dois quarteirões, da escola até a casa do professor havia mais um quarteirão. O problema não era a distância, e sim como fazer o percurso sem que ninguém o visse. Por algum tempo tinha que ser discreto e saber se o professor aceitava a visita. No dia seguinte, ele resolveu dar um jeito de descobrir o número de telefone da residência do professor para ligar e perguntar se podia visitá-lo.

À tardezinha, pensou: Vou pegar o cachorro para dar uma volta. Pediu a sua mãe e esta percebendo a tristeza do garoto permitiu. Nem passou aquele monte de recomendações que sempre costumava passar. Vamos caminhar, Cheque! - Gritou. O cão viu

Juca com a corrente na mão, este veio alegre e saltitante, o garoto pôs a coleira, abriu a porta e saiu. O cachorro apressado estica a corrente querendo correr, mas era impedido. Após a saída de casa sem que fosse possível a mãe ouvir dizia o garoto:

– Calma vamos andar bastante hoje. Serão três quarteirões de ida e três de volta.

– Iremos por uma rua do lado esquerdo do quarteirão e voltaremos do lado direito deste. Tenho que planejar como fazer minhas visitas ao professor em segredo. Pelo menos no início, já que todos não querem dizer a doença que ele tem.

– Será que a doença que ele está é contagiosa e por isso não querem que tenhamos contato? – Pensou.

– Ou será que não querem que tenhamos contato com ele e estão enganando o professor também?

Um monte de perguntas sem respostas chegaram à mente do garoto.

– Não posso perguntar ao professor como ele está. Já penso se ele não sabe que está doente? Terei de ser discreto no primeiro momento que o encontrar.

De repente o cachorro começa a latir e o garoto voltou à atenção para ele. Estava andando sem observar o cão, possivelmente esses latidos já tinham acontecido antes e o garoto nem percebera. Era outro cachorro preso num muro, com portões de ferro gradeado, ambos latiam um com o outro, puxou a corrente de Cheque gritando palavra de ordem; - Vamos, vamos! Andou tanto sem

prestar atenção no caminho que o cachorro com o qual Cheque estava se encrocando pertencia ao professor Badé. Quando observou tomou um choque, voltou e deixou que latisse um com o outro, encostou sobre a coluna da parede de modo que quem estivesse dentro de casa não o vice, olhando com um olho só, quem sabe o professor saía na porta e ele o via. De repente sai a esposa do professor, Dona e grita pedindo que o cachorro calasse. Juca ficou estático. Sem saber o que fazer, imaginando: - Pergunto ou não pergunto pelo professor? A voz não saía da garganta. Percebendo sua fraqueza, puxou Cheque e seguiu seu caminho.

Anoitecendo e as luzes acendendo nos postes das ruas, apressou os passos para chegar a casa. Em frente a sua casa, abriu a porta respirando ofegante e Cheque com a língua exposta e demonstrando cede. O menino tira a coleira e Cheque corre em direção à água. Juca suado e cansado procura a direção da geladeira.

Após matar a cede, vai em direção ao banheiro tomar banho. A água bate em sua cabeça e o garoto lembra da cena e a emoção do momento que abriram a porta. Imaginou enquanto a água batia em sua cabeça e se fosse o professor? O que iria fazer? Talvez não fizesse nada, mas satisfaria meu espírito.

Durante o banho pensava, amanhã saio de casa mais cedo e fico na frente da casa por mais tempo, quem sabe ele põe a cabeça na janela ou saia na porta para ver a rua, ou, quem sabe, saia para fazer compras e eu o acompanho. Digo que ia passando por ali que foi apenas coincidência.

Preciso levar Cheque para poder demorar um pouco mais. Te-

rei que levar água para ele beber. Pensou.

Vou jantar e deitar cedo já que preciso acordar amanhã para ir à escola. Sem deixar a impressão de consternação, deitou no sofá da sala enquanto sua mãe terminava o jantar, o cansaço tomou conta e adormeceu.

O pai Mingü chegou do trabalho e viu o garoto dormindo. Deu um cheiro na cabeça e foi até a cozinha. Abraçou carinhosamente a esposa, sentou na cadeira e reclamou da correria do dia. Tirou os sapatos e as meias, pegou a toalha e foi em direção ao banheiro. Elis pôs o jantar e acordou Juca enquanto o pai do garoto saía do banho. Sentaram ao redor da mesa e fizeram uma oração antes de iniciar o jantar. Neste dia não perguntaram sobre o dia do garoto, preferiram falar do dia de trabalho do pai e de como seria o dia seguinte. - Vou ligar para o transporte escolar e a partir de amanhã eles pegam o Juca e o trazem após a aula. – Disse Elis. Ao ouvir isto, o garoto falou: – Prefiro ir e vir andando, pois é bem perto, não sou mais uma criancinha. No entanto os pais não concordaram e definiram que ele usaria o transporte escolar.

Após o jantar, os pais vão até a sala, ligam para o responsável pelo transporte escolar, combinam a locomoção do garoto até a escola, em seguida, ligam a televisão e assistem a um programa familiar, chamam Juca para deitar no sofá com eles, mas este prefere deitar em sua cama, preferiu dormir a assistir.

Pela manhã, levanta, toma seu banho e seu café, arruma sua mochila, o carro buzina próximo à porta, ele sai, entra no carro, dá tchau a mãe e vai à escola. Na viagem pensa como será a aula com

o novo professor de matemática.

O transporte escolar para na frente da escola, o condutor abre a porta e todos descem correndo. Juca, às pressas, tropeça com sua colega e cai, mas logo levanta, pega sua mochila e continua andando.

Os coordenadores, professores e auxiliares se espalham nos corredores da escola neste momento inicial, pedem calma aos alunos. Entretanto, nesta idade parece que não ouvem, não conseguem dimensionar o perigo de cair e se machucarem, querem ser os primeiros a chegar à sala e se orgulharem deste feito.

O sinal sonoro do início de aula é dado e o primeiro horário é exatamente do novo professor de matemática, Davinho que ao chegar, dar seu bom dia, senta em sua cadeira pede que os alunos formem um círculo e que cada aluno se apresente dizendo seu nome e, caso queiram, façam perguntas. Todos se apresentaram ainda meio tristes com a substituição, mas não fizeram perguntas. Quando chegou à vez de Juca, apresentou-se e fez a seguinte pergunta:

– Você será o nosso professor até o fim do ano ou o outro volta a nos ensinar?

– Davinho, com muita educação, respondeu que se todos que estão na sala concordassem, ele concluiria o ano com eles, mas que se não concordassem outro professor virá dá aula a eles.

– Mas será o professor Badé? – Juca perguntou. – Ele respondeu: Infelizmente não poderia ser, mas não justificou o porquê.

Iniciou sua aula e, como sempre, no início de um trabalho em

sala de aula todos calados prestando atenção à aula sem conversas paralelas, apenas sussurros e risadas disfarçadas. Ao final da aula, como estavam todos em círculo, propositalmente, o professor aproveitou o centro da sala sem aluno e fez uma dinâmica. Vendou os olhos de todos os alunos e pediu que girassem em torno de si mesmo, ao comando do professor parassem e aguardassem, mas não podiam falar absolutamente nada.

Em seguida, o professor Davinho juntou costas com costas dois a dois, entregou papel e lápis, pediu que cada uma escrevesse o nome de quem estava atrás, todos obedeceram e logo após, pediu que tirassem as vendas e falasse se tinha acertado o nome do colega.

Ninguém acertou, Davinho pediu que todos sentassem em seus lugares e concluiu sua dinâmica dizendo o seguinte: - Sei que não é fácil aceitar um novo professor, observem o seguinte: vocês se conhecem a um bom tempo, mas vendados e de costas não foram capazes de reconhecer seus próprios colegas, não tirem conclusões precipitadas sobre mim, vamos nos conhecer, com o tempo vocês poderão tirar suas conclusões e se eu não for o ideal para ensiná-los, aí sim vocês poderão pedir minha substituição. Tenho meus próprios métodos de trabalho, não serei igual ao professor anterior, nem poderia ser, vou procurar a melhor maneira de ensiná-los, mas não queiram que eu seja igual ao professor anterior, vamos ser amigos, farei o possível para atender a todos.

Juca gostou da transparência do novo professor Davinho, principalmente em não querer ser igual ao anterior, pois assim te-

ria sempre dois professores um em sala e outro no coração. Ao final da conversa, o garoto foi o primeiro a bater palmas e dar boas-vindas. Em seguida, explanou sua opinião exaltando a fala do professor em dizer que cada professor tem seu método de trabalho.

O primeiro encontro

CAPÍTULO VI

Ao final das aulas daquele dia, sabia que o carro estaria esperando para levá-lo, este pegava vários alunos e saía num roteiro deixando cada aluno em sua residência. Como foi o último a ser pego pela manhã, então seria o último a ser deixado, assim andava bastante até chegar a sua residência. Neste roteiro passava pela frente da casa do professor Badé. Quando entrou na rua que ele morava, o garoto girou a cabeça para o lado em que ficava a casa e fixou os olhos no momento em que passava pela casa do mestre na esperança de que ele estaria na janela e pudesse dar um tchau, mas neste primeiro dia ele não estava.

Chegando a casa, após o almoço, fez as atividades escolares, deitou um pouco, à tarde, pôs a corrente em Cheque, encheu a garrafa de água para ele beber e pegou uma vasilha para dar água ao cachorro quando ele estivesse com sede. Saiu na intenção de passar na frente da casa do professor, ficar um pouco na frente e quem sabe... conversar com o mestre.

Andando com passos rápidos para ganhar tempo com o intuito de ficar o máximo que pudesse na frente da casa do mestre. Quando chegou à esquina, que dava acesso à rua, parou, tomou água, pôs água na vasilha e deu a Cheque para beber. Seguiu, agora, com passos lentos, pois a casa do professor ficava próxima à

esquina. O cachorro começou a latir e o garoto incentivava que latisse com maior intensidade. Parou na frente da casa aguardando que alguém viesse ver o motivo que fizera o cachorro latir.

Depois de alguns minutos de barulho, a porta rangeu e uma pessoa pôe a cabeça vagorosamente entre a porta e a parede, o coração do garoto bateu mais forte, as pernas estremeçiam, pois era o professor. Quando o viu, a voz quase não saiu. Embora precisasse disfarçar acabou reagindo:

– Olá, professor! Os nossos cachorros parecem não se darem muito bem se estranham sempre que passo por aqui. – falou o menino.

– O professor fingindo que não estava entendendo disse: – Sim, os animais competem entre si por espaços e defendem aquilo que acreditam ser deles.

– Você sempre passa por aqui? – perguntou o professor,

– Sim, levo sempre Cheque para caminhar e passo sempre por estes lados, pois prefiro vir por aqui. Minha mãe fala que esta região é mais segura. – disse Juca.

– Sim. – disse o professor.

A essa altura o garoto já estava com a mão no portão e os cachorros já estavam amigos, brincando um com o outro sem ladrar.

O garoto com a intenção de prolongar a conversa perguntou ao professor se ele já tinha analisado a demonstração que tinha o entregado na aula. Este falou que tinha esquecido, mas prometeu que faria isto ainda naquele dia e mandava alguém o entregar na

escola.

– Não precisa. Amanhã passo por aqui outra vez e o senhor me entrega. – falou Juca.

–Tudo bem então. – falou Badé.

– Amanhã neste mesmo horário passo aqui.– disse Juca.

– Certo. Quando chegar pode chamar que venho entregar-lhe e farei os comentários necessários. – falou o professor.

Juca saiu parecendo que flutuava de tanta felicidade quando observou já estava anoitecendo e a mãe poderia está preocupada. Então, ele pensou, tenho que correr, não vou dizer a minha mãe que falei com o professor, ela pode não gostar e proibir que eu saia amanhã. - Vamos Cheque, vamos, preciso chegar o quanto antes. Os dois corriam pelas ruas com imensurável alegria.

Campo de futebol

CAPÍTULO VII

No dia seguinte, conforme combinado o horário, Juca chegou ao portão. Antes que acionasse a campainha, o professor abriu a porta.

– Já estava aguardando sua chegada. – declarou o mestre.

– Desculpe-me, professor, pelo atraso. – disse o garoto.

– Não, não, eu é que não tenho o que fazer e fico angustiado, você não está atrasado fique tranquilo, sua mãe sabe que está aqui? – perguntou o professor. Juca sem saber o que dizer, pensou um pouco e disse a verdade.

– Não professor, ela não está em casa, só chega mais tarde.

– Que pena! – exclamou o professor. Ia convidá-lo a entrar e conversar um pouco, podíamos deixar os cachorros se conhecendo melhor e, assim, conversarmos um pouco sobre sua demonstração.

– Posso vir amanhã mais cedo. Falo hoje com minha mãe e peço para vir amanhã, assim conversamos com mais tempo. Só gostaria que me passasse o contato do telefone, pois com certeza ela irá ligar para confirmar e autorizar o senhor a tomar qualquer atitude em relação as minhas traquinagens. – falou Juca.

– Gostaria muito de que viesse com mais tempo, contudo com autorização de seus pais, não vou passar nenhuma informação so-

bre sua demonstração, só após seus pais autorizarem sua vinda.
– disse Badé.

–Tudo bem. – falou Juca.

Na verdade o que ele mais queria era estar próximo ao professor. Saber da demonstração foi um pretexto que encontrou para falar com mestre. Saiu fingindo que estava triste, mas seu coração quase não cabia em seu corpo de emoção. Pensando, agora tenho o contato do professor, preciso convencer minha mãe a autorizar a minha vinda, sei que ela irá me repreender, porém, vou falar a verdade, assim, não vou precisar justificar mentiras sempre que vier à casa do professor Badé.

Chegando a casa, a mãe ainda não tinha chegado do trabalho, pois hoje não teve demora, mas logo ela chegou, e ele a chamou ao quarto dizendo:

– Mãe, preciso falar com a senhora. – falou Juca.

–Tudo bem, já estou indo. – disse Elis.

Juca senta do lado da cama, a mãe chega, dá um cheiro bem carinhoso e pergunta:

– Que lhe faz me chamar até aqui?

– Preciso falar das minhas saídas diárias à tarde, explicar o porquê. – declarou o filho.

– Tudo bem. Você vai passear com o cachorro, não tem problema. – falou a mãe.

–Não, mãe. Não estou indo passear com Cheque, e sim estava

tentando falar com o professor Badé.

A mãe levantou da cama e falou alto:

– Eu falei que o professor estava doente e não podia atender a ninguém.

– Calma! – falou Juca. Eu conseguir falar com ele, mas ele quer a autorização da senhora para que eu possa ir amanhã até a casa dele, ele também não gostou de que eu estivera feito isto sem a sua autorização.

– Como posso confiar em você agora? Você não só mentiu para mim como também para seu pai e seu professor. – repreendeu a mãe.

O garoto levantou a cabeça e pediu perdão com os olhos cheios de lágrimas, a mãe percebendo a verdade no garoto, abraçou-o, beijou-o na cabeça e disse: – Não precisava fazer isto, sei que ama muito seu professor e íamos procurar te ajudar para que pudesse ter contato com ele.

Juca tirou do bolso o contato telefônico e pediu que a mãe ligasse para o professor objetivando confirmar o que estava falando.

– Vou ligar mesmo, mas não para confirmar, pois sei que agora está falando a verdade, mas para autorizar a ele tomar qualquer atitude caso você cometa alguma traquinagem.

Ligou para o professor, conversaram um pouco, perguntou se Juca o atrapalhava caso fosse tomar um pouco do seu tempo, o professor Badé muito educado disse que seria muito bom a visita dele, só assim conversava um pouco sobre algo que ele dominava,

que era a educação. Ultimamente só falava com médicos e esses têm sua linguagem específica a qual ele é leigo. Fingia que entendia para não ser mal educado, mas no fundo não entendia praticamente nada.

Elis perguntou ao professor Badé como estava, ele respondeu que estava vivendo um dia de cada vez não estava nada fácil, mas precisava seguir em frente.

No dia seguinte, após a aula, o garoto rapidamente fez suas tarefas e dirigiu-se a casa do professor. Já que os cachorros estavam amigos, levou Cheque. Quando chegou a casa, o professor estava na porta.

– Boa tarde, professor! – disse o garoto.

Aquele veio abrir o portão, supercontente, entraram em sua residência, e a esposa Dona já tinha preparado um café com biscoito para o garoto.

– Não precisava – disse Juca – mas muito obrigado.

Após o café, o professor pegou as anotações que o garoto tinha o entregado e falou: –Ultimamente o que tenho mais visto é esta sua demonstração, não quis dizer no primeiro momento, mas é a única coisa que me traz alegria nos últimos dias. Está perfeita sua demonstração, gostaria de falar isto a todos que este garoto vê matemática em tudo, como sempre fiz, porém, no momento, não estou em condição.

–Gostaria de trazer outras demonstrações caso consiga fazer, se o senhor permitir – disse Juca.

–Contudo o professor Davinho não vai se incomodar. – falou o Badé.

– Não – disse o garoto – ele falou que cada professor tem o seu método de trabalho e não está lá para ser igual ao senhor e nem poderia ser segundo o próprio. Assim, poderei ter os dois como professor se o senhor permitir claro. Na escola, aprendo os conteúdos necessários para meu crescimento intelectual e humano, com o senhor transformo o que vejo em matemática, como o senhor mesmo fala.

– Vamos falar de outras coisas. – falou Juca – esta semana meus pais combinaram que no domingo vamos ao estádio de futebol ver o nosso time do coração jogar. Essa será a primeira partida do campeonato. O senhor não quer ir conosco? – perguntou Juca.

– Não – respondeu o professor – já que vocês vão ao Estádio, observe bem as medidas do campo de futebol, ali tem muita matemática.

– Certo, professor. – respondeu Juca.

Domingo, logo cedo, acordou ansioso para ir ao estádio, seus pais ainda dormiam e Juca já separava a camisa do seu time, aquela buzina ensurdecadora quando acionada e o boné para se proteger do sol. Os pais abrem a porta do quarto e Juca grita:

– Já vamos ao estádio?

– O pai diz: – calma, garoto – o jogo é só à tarde, vamos tomar o nosso café, ouvir uma música, depois almoçarmos e vamos ao estádio.

Já estou preparado – disse ele.

A mãe fala da cozinha que para ir à escola ele só levanta no grito, mas para ir ao estádio você levanta cedo, arruma-se sem que precise ninguém falar. Juca justifica a mãe os diferentes motivos:

– Ir ao estádio é raro e ir à escola são todos os dias e já sei quem vou encontrar, no estádio são pessoas diferentes... quem sabe faço uma nova amizade. Além de no campo, ser imprevisível saber o que vai acontecer por mais que os times treinem.

– Tomara que seu time ganhe mesmo, mas o seu futuro depende da escola, por mais que precise de diversão, a escola precisa estar acima da diversão, não se pode comparar o que o professor faz durante a aula com uma jogada do seu time. O jogador do seu time individualmente faz uma, duas jogadas durante os noventa minutos, e o seu professor faz todos os alunos serem craques e brilhar a vida inteira. Não tem comparação, o craque do seu time brilha, o professor faz seus alunos brilharem. – retrucou a mãe.

O garoto ouviu atentamente o que a mãe falou, sentou no sofá, ligou a televisão assistiu a um desenho animado, como tinha acordado cedo, terminou adormecendo.

A mãe adiantou o almoço, pois precisava sair mais cedo. À tarde, não era somente para assistir ao jogo, e sim para curtir, ir ao shopping, assistir a um filme.

O shopping fica próximo do campo, quando a hora do jogo estiver próxima, é só sair e ir ao estádio. Os ingressos já estão comprados, então, basta chegar na hora do jogo.

Quando o almoço ficou pronto, sua mãe pôs a mesa, chamou Juca e o pai. “Vamos almoçar para irmos nos divertir.”, mal fechou a boca e ambos estavam na mesa. – Não coma muito garoto tem que deixar um espaço para comermos pipoca no cinema. – disse o pai. Acabou o almoço e como já estava pronto com sua camisa e short do time gritou: – Vamos pessoal – parecia até que era ele quem ia jogar, corria, aquecia, gritava palavras de motivação, vamos, vamos, vamos.

O pai pegou a chave do carro, abriu a porta da casa, saiu, abriu à porta da garagem, quando voltou para o carro, o garoto já estava dentro. Elis saiu da casa, entrou no carro, o pai fechou o portão e saíram rumo ao shopping.

– Vamos ao cinema assistir logo ao filme. – disse o garoto – quero chegar cedo ao estádio. Quero ver a entrada dos jogadores em campo. Vou gritar quando meu time entrar em campo. Quero ouvir o Hino Nacional com a mão no peito e gritar bem alto quando o jogo iniciar. – Tudo bem. – disse a mãe.

Caminhando dentro do shopping a mãe parava para olhar uma roupa ou um eletrodoméstico, o garoto a puxava, sabia que se deixasse, ela ia fazer um monte de perguntas ao vendedor. Porém ele queria assistir ao filme e sair correndo para o estádio.

Chegando ao cinema, enfrentaram uma fila para comprar os ingressos, escolheram um filme apropriado para crianças e adolescentes, compraram as pipocas entraram e sentaram confortavelmente. O garoto reclamava com a mãe por que o filme não começava logo, a mãe calmamente falava tenha paciência, rapaz. As luzes

apagaram o silêncio na plateia, apenas o som de pessoas pegando pipoca dentro do saco. Inicia o filme, o som de uma música lenta, tranquila, faz o garoto desligar a mente e adormecer, não viu praticamente nada do filme.

A mãe percebendo deixou-o dormir, acordou cedo, ansioso para assistir ao jogo, agora deixe descansar para quando formos ao estádio, ele está cheio de energia e emocionar-se quando iniciar a partida. O filme acaba, a mãe o chama, – Vamos, Juca. A partida de futebol começa em instantes. – O garoto assustado fala: – O filme acabou? Já vamos ao estádio? – Sim, diz a mãe.

Saindo do shopping, que ficava ao lado do estádio, viu aquela multidão de pessoas, uns com a camisa de seu time outros com a do time adversário, todos se dirigindo ao portão principal de entrada. Parecia um formigueiro. A mãe protetora como todas são, orienta seu filho a não largar a sua mão nem a de seu pai, mas caso se desprendesse deveria procurar algum guarda fardado com aquelas faixas amarelas que são identificadas de longe. – Vá até eles e peça que informe o local onde você está que rapidamente eu e seu pai o encontraremos. – orientou a mãe.

– Certo, mãe. Não vou largar a mão de vocês. Vamos, vamos que quero sentar em um local próximo ao campo.– disse o filho.

– Não, filho. Já temos as cadeiras numeradas, temos que nos dirigir a cadeira a qual compramos o ingresso. – falou a mãe.

A cadeira comprada ficava próxima a uma das traves dos goleiros, não era um bom lugar para assistir ao jogo, todavia ficava próximo dos jogadores, Quando a bola se aproximava daquela re-

gião.

Após algum tempo do início da partida, o jogo morno, não atraía mais a atenção como no início, e o garoto passou a observar a construção do estádio como pediu o professor, além das marcações do campo, nestas observações enxergou as figuras geométricas em que é dividido o campo, retângulos, círculos, semicircunferência. Mas o que mais chamou a atenção do garoto foi à área dos goleiros. Já que ele estava próximo, percebeu que as linhas das áreas eram paralelas e que a distância entre elas eram constantes, as que ficavam paralelas com a largura do campo tinham as mesmas distâncias entre si, assim como as que eram paralelas ao comprimento do campo.

A criança perguntou ao pai qual as dimensões dos retângulos das áreas dos goleiros, o pai respondeu que a área maior tinha 40 metros de comprimento a parte paralela a linha de fundo e de largura 16,5 metros a parte paralela a lateral. – E a área menor? – perguntou Juca. As medidas oficiais dessa eu não sei, só sei que a área menor tem 99 m^2 de área. – disse o pai. O garoto guardou aquelas informações em sua memória e disse que quando chegasse a sua casa iria descobrir as medidas das dimensões da área menor.

O jogo acabou empatado e o garoto não estava mais se importando com o resultado do jogo. Já queria chegar a casa para calcular aquelas dimensões que o pai não soube dizer.

Chegando a casa tomou um banho e foi logo para seu quarto, pegou o caderno e o lápis, a mãe gritou da cozinha, venho tomar um chocolate quente, o garoto respondeu gritando:

– Não, mãe. Vou estudar um pouco, depois tomo. – respondeu o filho.

– Vai esfriar. – disse a mãe.

– Não tem problema, tomo assim mesmo - Disse o garoto

No caderno ele desenhou a área maior do campo de futebol com as dimensões dita pelo pai, paralelo a cada lado desenhou a área menor e começou a pensar como descobrir as medidas dela no campo. Escreveu, no caderno, as seguintes informações: o lado maior tem 40 metros, como a distância entre as duas áreas são constantes chamou essa distância de x , logo a diferença em metros entre as duas áreas eram de $2x$. O lado menor da área maior era de 16,5 metros assim esse valor menos o tamanho do lado da área menor será x , o pai tinha falado que a área menor tinha 99 m^2 de área, com isso, para calcular o valor de x , basta efetuar a multiplicação como mostrado abaixo:

$$(40 - 2x)(16,5 - x) = 99$$

$$660 - 33x - 40x + 2x^2 - 99 = 0$$

$$2x^2 - 73x + 561 = 0$$

– E agora? Como posso encontrar este valor de x ? Para isso ele pensou durante muito tempo, mas já estava muito cansado e decidiu parar. Adormeceu com o caderno sobre o rosto, a mãe vagarosamente retirou o caderno, pôs um travesseiro deu um beijo em seu rosto, apagou a luz e foi dormir também. O dia foi bem intenso e precisava recuperar as energias, pois, no dia seguinte, o trabalho seria estressante como sempre.

Ao amanhecer, Elis acorda o garoto para ir à escola. Ele com muita preguiça diz: – Mãe me libere da escola hoje. A mãe fala:

– Não! é preciso preparar você desde cedo para o futuro. A escola lhe prepara para a vida e mais, você vai ver seus colegas. Pode contar a eles como foi sua experiência no estádio ontem.

– O jogo foi muito ruim, ninguém quer saber o que aconteceu no jogo, outra coisa, amanhã eles também vão está lá, e eu conto.

– Não. – disse a mãe – deixe de me enrolar, corre para tomar seu banho, vou arrumar sua sacola, vou pôr seu lanche e aguardar você tomar seu café para levá-lo a escola hoje. Quem vai te levar a escola, serei eu, e seu pai o traz. Já comuniquei ao responsável pelo transporte escolar.

– Certo vou cuidar. – respondeu o filho.

Com aquela lerdeza de preguiça levanta, toma um banho gelado que esperta imediatamente, toma seu café, põe a bolsa nas costas e segue em direção ao carro. Sua mãe abre a porta do carro, Juca entra e seguem em direção à escola. Chegando lá, dá um cheiro na cabeça, aquele conselho de sempre, “cuidado, aproveite bem a aula que seu professor preparou para você.” – Certo, mãe – respondeu o filho – que sai correndo, entra na escola e a mãe segue para o trabalho.

Durante a manhã ele não se lembrou do que tinha deixado por acabar no dia anterior, terminou a aula e naquele dia seu pai foi pegá-lo na escola. No decorrer da viagem, o pai começou a falar do jogo:

– Aquela jogada você lembra o que o 10 do time fez? O jogo foi empate, mas foi emocionante você não achou.

O garoto lembrou-se das áreas e percebeu que não tinha prestado atenção ao jogo e que não tinha terminado de calcular a distância de cada lado da pequena área. Chegando a casa, tomou seu banho gelado, almoçou e foi para seu quarto. Pegou as anotações que foram feitas no dia anterior e começou as tentativas de encontrar a solução.

Partindo do que já encontrara anteriormente $2x^2 - 73x + 561 = 0$, começou fazendo algumas mudanças para chegar ao valor desejado depois de muitas “tentativas”... chegou a solução. Escreveu-a como está abaixo e levou-a para mostrar ao seu grande mestre.

$2x^2 - 73x + 561 = 0$, pôs o 2 em evidência

$$2\left(x^2 - \frac{73}{2}x + \frac{561}{2}\right) = 0$$

Em seguida, subtraiu $\left(\frac{561}{2}\right)$ e somou $\left(\frac{73}{4}\right)^2$ dos dois lados da igualdade para que o primeiro membro se tornasse um quadrado perfeito.

$$x^2 - \frac{73}{2}x + \left(\frac{73}{4}\right)^2 = -\frac{561}{2} + \left(\frac{73}{4}\right)^2$$

$$x^2 - \frac{73}{2}x + \frac{5329}{16} = -\frac{561}{2} + \frac{5329}{16}$$

Inicialmente transformou o que tinha antes da igualdade em uma potência pois como foi dito anteriormente esse primeiro

membro é um quadrado perfeito e somou o que tinha depois da igualdade chegando assim a:

$$\left(x - \frac{73}{4}\right)^2 = \frac{841}{4}$$

Em seguida, resolveu como mostrado abaixo,

$$\left(x - \frac{73}{4}\right) = \pm \sqrt{\frac{841}{16}}$$

$$\left(x - \frac{73}{4}\right) = \pm \frac{29}{4}$$

$$x = \pm \frac{29}{4} + \frac{73}{4}$$

$$x' = \frac{29 + 73}{4} = \frac{102}{4} = 25,5$$

$$x'' = \frac{-29 + 73}{4} = 11$$

O (x') não vale, pois o lado menor é de 16,5, logo 25,5 é maior, assim, a distância entre duas retas paralelas entre as grandes áreas é o valor de (x'') que é de 11 metros.

Com isso, o lado maior da pequena área é de ($40 - 2 \cdot 11 = 18$ m), e o lado menor da pequena área é de ($16,5 - 11 = 5,5$ m).

Após a descoberta ficou aguardando o pai chegar do trabalho para dizer a ele quais são as dimensões da pequena área de um campo de futebol.

No dia seguinte, foi à casa do professor mostrar o que tinha encontrado de mais interessante nas dimensões do campo. Chegando ao portão, chamou em voz alta, mas quem apareceu foi sua

esposa Dona.

– Boa tarde, Juca! O professor não está se sentindo muito bem. Você pode vir amanhã? – perguntou a esposa.

– Sim, não tem problema. A senhora pode entregar estas anotações a ele quando ele estiver melhor? – perguntou o garoto.

– Sim, claro, ele se alegrará quando o entregar. Obrigado Juca por ser este garoto tão amoroso com o meu Badé.

No outro dia, voltou a casa, chamou e quem apareceu na porta foi o professor.

– Que bom que veio hoje! – falou Badé – entre, vamos conversar um pouco, olhei suas anotações, muito bem observado, mas vou lhe propor um desafio.

– Adoro quando fala isto professor. – admitiu o aprendiz.

– Agora você vai encontrar uma regra para calcular o valor desconhecido de qualquer equação do segundo grau.

Entregou ao garoto o seguinte exercício:

Encontre uma fórmula para calcular os valores de x das funções quadráticas do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, para que essa função tenha resultados nulos. Com a , b e c , pertencendo aos números reais e $a \neq 0$.

Encontre uma regra que permita calcular o que chamamos de raízes de uma função quadrática, antes que eu esqueça, chame $b^2 - 4 \cdot a \cdot c$, de delta (Δ).

– Quando tiver encontrado volte aqui. – falou Badé.

– Eu volto com o maior prazer. – disse Juca.

Chegando a sua casa começou a raciocinar e pesquisar. Usou diversas folhas de seu caderno, passou alguns dias tentando encontrar a fórmula que o professor pediu até que chegou a seguinte conclusão. Usando o mesmo raciocínio quando quis encontrar as medidas dos lados menores da pequena área do campo.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a\left(x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a}\right) =$$

$$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{bx}{a} = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{-4ac + b^2}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{-4ac + b^2}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2.a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$$

Chamando $b^2 - 4.a.c$ de Δ como falou o professor, ele chegou a seguinte regra para encontrar o valor procurado de x .

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

A partir daí, ele percebeu que a regra acima encontra os valores das raízes de toda equação do segundo grau se o valor do delta for positivo existem raízes reais e nos casos em que o valor do delta for negativo as raízes são imaginárias. Escreveu com calma e de maneira correta para, no outro dia, levar a casa do professor Badé a demonstração.

No dia posterior, bateu palmas na casa do professor, este abriu uma fresta da janela, viu que era o garoto, respondeu: – Estou indo. Abriu a porta e com a chave do portão na mão, veio vagorosamente, abriu o cadeado, mandou que Juca entrasse. O coração do menino entristeceu, mas disfarçou e fez de conta que não estava vendo nada de diferente com o professor. – Vim trazer a demonstração que pedi sobre as raízes de uma função quadrática. – disse o garoto.

– Que bom! – falou o professor – deixe comigo que olharei, hoje não estou me sentindo muito bem, mas amanhã se estiver melhor farei isto com o maior prazer.

O garoto perguntou como o professor estava e este respondeu com uma frase de White Queen “A norma é bloquear o ontem e o amanhã, jamais o hoje” estou vivendo um dia de cada vez.

– Não vou tomar seu tempo, vá descansar e amanhã passarei por aqui. Se já estiver olhado falaremos um pouco sobre a demonstração. – disse Juca.

– Não venha amanhã. – disse Badé – tenho outro desafio para você, ouça o programa esportivo estes próximos dias, com certeza falarão sobre o preço dos ingressos e a quantidade de torcedores

no estádio. Ouça com muita atenção e observe que é possível reduzir o preço do ingresso para aumentar a renda, quero que você encontre uma fórmula que possibilite saber exatamente quanto deve custar o preço do ingresso. Para que se tenha renda máxima, use o que já demonstrou sobre a função quadrática.

Reduzindo para aumentar

CAPÍTULO VIII

Através da rádio local no programa esportivo foi discutido a renda e o público presente na primeira partida, o custo de cada ingresso foi 30 reais por pessoa, foram vendidos 10 mil ingressos dando uma renda total de 300 mil reais.

Os apresentadores do programa reclamavam que o ingresso estava muito caro e que, por isso, muitas pessoas deixaram de ir ao estádio. Seria melhor para o clube reduzir o preço e atrair mais torcedores, com isso, propiciaria uma motivação aos jogadores em campo e conseqüentemente arrecadava um pouco mais de dinheiro.

Na semana seguinte, os dirigentes do clube decidiram reduzir o preço do ingresso para 29 reais e para este jogo foram vendidos 11 mil ingressos, dando uma renda de 319 mil.

O programa de rádio, no dia seguinte, elogiou a diretoria, mas ressaltou que podia reduzir ainda mais este valor. Este preço ainda é considerado alto para a classe de torcedores com menor renda, isto impede que muitos deles vão ao estádio e levem a família para assistir.

Juca ouvindo aquela discussão imaginou que para cada real

reduzido no preço, aumentou em mil ingressos vendidos a mais, qual seria o preço ideal do ingresso para que o clube tivesse a maior renda possível.

O garoto lembrou que Badé o orientou a usar o mesmo raciocínio que usou para calcular as dimensões da pequena área do campo de futebol, ou seja, o problema teria um desfecho que chegaria a uma função quadrática.

Conjecturou, então, o seguinte raciocínio: –Tenho o preço inicial do ingresso e a quantidade de ingressos vendidos para encontrar a renda da primeira partida, basta multiplicá-los.

$$\text{Renda inicial} = 10\ 000 \cdot 30 = 300\ 000$$

Na segunda semana, a renda teve um aumento de 1000 ingressos em relação à semana anterior e uma redução de R\$ 1,00 no preço do mesmo em relação ao valor da semana precedente, assim, a renda desta segunda semana foi de:

$$\text{Renda} = (10\ 000 + 1000) \cdot (30 - 1) = 319\ 000$$

Ele notou que o raciocínio para calcular a renda é semelhante à maneira que usou para conjecturar a área menor mostrado no capítulo anterior, conforme tinha proferido o professor, assim, pode usar o mesmo raciocínio para encontrar uma função do segundo grau.

Como não soube o valor que precisa reduzir, chamou esse valor de x , pensou Juca e, a quantidade de ingressos que irão ser vendidos a mais será de $1000 \cdot x$.

Com isso, Juca conseguiu encontrar a função.

$$f(x) = (30 - x)(10\ 000 + 1000x)$$

Resolvendo a multiplicação.

$$f(x) = 300\ 000 + 30\ 000x - 10\ 000x - 1000x^2$$

$$f(x) = -1000x^2 + 20\ 000x + 300\ 000$$

No capítulo anterior, ele descobriu como calcular os valores de x' e x'' , e o garoto também sabia que essa função gera um gráfico parabólico, pois ele pesquisou e viu essa construção. Imaginou o seguinte: “o preço do ingresso para atingir a maior renda será equidistante destes dois pontos, com isso, o valor que chamou de x do vértice será encontrado por $x_v = \frac{x' + x''}{2}$, para não perder tempo ele pressupôs, vou usar a regra encontrada no capítulo anterior e vou descobrir uma fórmula geral”.

$$x_v = \frac{\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}}{2}$$

$$x_v = \frac{\frac{2b}{2a}}{2}$$

$$x_v = -\frac{2b}{4a} = -\frac{b}{2a}$$

Agora Juca pode descobrir o preço do ingresso para que atinja a maior renda possível.

$$x_v = \frac{-20\ 000}{2(-1000)} = \frac{20000}{2000} = 10$$

Para encontrar o preço do ingresso basta reduzir 10 reais do

preço inicial, ou seja, o ingresso deve custar 20 reais.

Após essa conclusão, Juca quer saber o valor da renda máxima e, em seguida, encontrar uma fórmula que possibilite calcular este valor em função do Xv . Começou a pensar. Se para cada valor de x corresponde ao valor da renda $f(x)$ então, basta eu substituir o valor que encontrei do Xv no valor de x da função e vou encontrar o maior valor de $f(x)$, com isso $f(Xv)$ corresponde a maior renda.

$$f(Xv) = (30 - Xv)(10\ 000 + 1000 \cdot Xv)$$

$$f(Xv) = (30 - 10)(10\ 000 + 1000 \cdot 10)$$

$$f(Xv) = 20 \cdot 20\ 000 = 400\ 000$$

Com essa observação o garoto concluiu que poderia encontrar uma fórmula para calcular o valor máximo de uma função do segundo grau, substituindo o valor de x pelo $Xv = -\frac{b}{2a}$.

Logo, substituíu para verificar se o que pensou era verdade.

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = a \cdot \left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b \cdot \left(-\frac{b}{2a}\right) + c$$

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = a \cdot \left(\frac{b^2}{4a^2}\right) - \frac{b^2}{2a} + c$$

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c$$

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = \frac{b^2 - 2b^2 + 4ac}{4a}$$

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = \frac{-b^2 + 4ac}{4a}$$

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a}$$

Como sabemos que $b^2 - 4ac = \Delta$, temos que $f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{\Delta}{4a}$

Para verificar se o que encontrou estava correto o garoto usou a função encontrada $f(x) = -1000x^2 + 20000x + 300000$, calculou o valor de Δ , desta função e depois dividiu por 4.a.

$$\Delta = (20000)^2 - 4 \cdot (-1000) \cdot 300000$$

$$\Delta = 400000000 + 1200000000$$

$$\Delta = 1600000000$$

Usando a função encontrada $f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{\Delta}{4a}$, temos:

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{1600000000}{4(-1000)} = \frac{1600000000}{4000} = 400000$$

O que comprova que a fórmula encontrada serve para calcular o valor máximo de uma função quadrática.

O garoto concluiu que é possível reduzir o valor do ingresso para aumentar a arrecadação.

Após essa conclusão escrita e provada, escreveu no seu caderno para, no dia seguinte, levar até a casa do professor Badé.

A morte do cachorro

CAPÍTULO IX

No dia seguinte, à tarde, como sempre, após o término das tarefas escolares, Juca extrai do caderno as folhas as que estão escritas às demonstrações do ponto máximo e mínimo de uma função quadrática. Logo em seguida, dobra com muito cuidado e põe no bolso de seu short.

Chama seu cão, põe à corrente, esse fica irrequieto já que sabe que irá passear e encontrar seu amigo, o cão do professor. Esses se divertem quando se encontram, não é mais necessário levar água para matar a sede no caminho, pois Cheque já sabe onde tem água para beber quando chegar à casa do professor.

O garoto fecha a porta de sua casa e Cheque se desprende da mão de Juca sai como uma criança brincando correndo em direção a casa do professor, parece que estava com saudades do amigo e queria chagar o mais rápido possível.

Juca corre atrás feito um louco, tentando pisar na corrente que arrastava sobre o chão, gritando pari, mas quanto mais ele gritava mais o cachorro se divertia, atravessava a rua para lá e para cá. Juca pedia que as pessoas na rua abrissem os braços tentando impedir que ele passasse, mas era em vão.

Ao passar por uma rua movimentada por carros, motos, bicicletas e pessoas atravessando quando o semáforo fechava para os

carros, o cão atravessava em frente aos veículos como se não houvesse perigo, as buzinas dos carros não impediam nada, quanto mais buzina mais o cachorro se divertia. Em uma travessa onde tinha um semáforo fechado, de repente abriu para os carros e os veículos buzinando com pressa, o carro saiu bruscamente e bateu em Cheque, que caiu do lado da calçada, as pernas quebradas e o gemido de dor.

De repente para de gemer, Juca grita meu cão morreu, abraçado ao cão, os olhos cheios de lágrimas, sentou no meio fio, pôs a cabeça do cachorro em seu colo, alisava o corpo sem vida, não vou deixá-lo aqui. Preciso levá-lo a minha casa. Aguardar meu pai chegar do trabalho para levar a um terreno e o enterrar.

Pôs a barriga do cachorro sobre seu pescoço, segurando com uma das mãos, as patas traseiras do cachorro e com a outra as patas dianteiras, o sangue escorria sobre seu corpo, sua roupa suja e os olhos cheios de lágrimas.

Chegando a casa deitou-o na calçada, passava a mão sobre a cabeça do cachorro, depois deitou seu rosto sobre a barriga, sentiu seu cheiro pela última vez. A mãe chega primeiro que o pai e vê de longe, para o carro a alguns metros, pergunta o que aconteceu. Juca soltando conta o ocorrido, em seguida, chega seu pai Mingu e semelhante à mãe, corre, pergunta o motivo da morte e o garoto repete toda a história. O pai entra na residência, pega uma pá, um saco para pôr o cão dentro e não sujar o carro de sangue. Põe o animal dentro do saco e leva-o para mala do carro onde o coloca. Juca senta no banco da frente e ainda inconformado cai uma lágrima

sobre seu rosto.

Depois de alguns minutos, chegam a um terreno baldio. O pai Mingu cava com a pá um buraco, posteriormente, põe Cheque dentro, cobre de terra, pega na mão do garoto e puxa para ir embora. Juca quer ficar com o seu amigo, mas sabe que não pode fazer mais nada. Levanta, despede-se do amigo, entra no carro e vão embora.

Na volta do enterro lembra que precisava entregar ao professor a demonstração, mas já era tarde, portanto deixou para entregar no outro dia.

A pirâmide de ovos

CAPÍTULO X

Chegando a casa tomou um banho, jantou e deitou, durante algum tempo deitado na sua cama quentinha, arrumada por sua mãe, a imagem do acidente não saía da cabeça do garoto, que se culpou por deixar escapar, mas lembrava que durante a corrida ele se divertia parecia está feliz, mas infelizmente o acidente aconteceu.

No dia consecutivo, um sábado ensolarado, o primeiro dia do mês e sua mãe sempre fazia as compras mensais neste dia. Levantou cedo, tomou seu café, deu uma caminhada na praça, ouviu os pássaros cantando na árvore da vizinha, sua mãe Elis, como sempre, fazendo a lista de compras para não esquecer nada e não comprar algo desnecessário. Conferia os alimentos e produtos que tinham em sua casa, contava e anotava o quanto devia comprar, pois economia era uma das prioridades da família, além de evitar desperdício de mercadoria evitando que se vencesse.

Após uma breve caminhada na praça, tomou seu banho, vestiu aquela roupa leve e calçou o tênis. Gritou do seu quarto, estou pronto mãe, quando quiser ir é só avisar.

Percebendo que a mãe Elis ainda ia demorar um pouco, sentou no sofá, depois deitou de forma preguiçosa, pegou o celular para verificar se tinha algum amigo on-line, porém, no sábado,

sem aula era difícil encontrar alguém àquela hora acordado. Desistiu de bater papo, pôs o celular do lado e com a cabeça sobre uma almofada fechou os olhos e lembrou que precisava levar a demonstração para o professor. Logo pensou “vou pôr no bolso e quando vier peço a minha mãe Elis para passar na casa do professor e entregar a ele”.

Sua mãe terminou a lista, mas ainda precisava terminar o almoço, tomar banho, arrumar-se para depois se dirigir ao supermercado. Juca aguardando adormeceu.

Quando a mãe concluiu as tarefas, tomou o banho, arrumou-se, chamou o esposo e o garoto.

– Vamos às compras, está na hora. – falou Elis. Juca de prontidão levantou,

– Vamos sim. Antes mesmo que a mãe lhe informasse que se comportasse ele disse:

– Posso comprar uma caixa de chocolate hoje?

– Sim, mas não poderá comer tudo hoje, a saúde em primeiro lugar. – respondeu a mãe. O garoto a acompanhou para ajudar a empurrar o carrinho no supermercado.

O pai Mingu tira o carro da garagem, Elis abre a porta, manda que o filho entre, põe o cinto de segurança, abre a porta da frente, entra, põe o cinto e seguem em direção ao shopping.

O supermercado fica dentro do shopping a uns 3 km de sua residência, no caminho, a família fala de estudo, futuro e economia. – A situação não está boa para ninguém. – fala seu pai, a mãe

concorda dizendo que onde trabalho não está fácil para ninguém, a cada dia chegam novas tecnologias e o trabalho exige cada vez mais mão de obra qualificada, tive alguns colegas que não acompanharam a evolução tecnológica e tiveram que ser substituídos.

O pai Mingu estaciona o carro, a mãe levanta da sua poltrona, abre à porta, Juca retira o cinto de segurança e saem em direção ao enorme shopping, cheio de pessoas entrando e saindo, uns com sacolas, outros com carrinhos cheios de alimentos, outros com sorvetes, pipocas, lanches e ainda aqueles que só estavam andando aproveitando o sábado e fazendo aquela caminhada. Chegando ao supermercado os caixas com filas enormes, carrinhos cheios de mercadoria, as máquinas registradoras com aquele ruído.

A mãe Elis com o espírito protetor dá aquele último recado, fique sempre próximo de nós, se por acaso se desprender, procure uma destas pessoas com coletes amarelo queimado. Estes são funcionários da empresa e anunciarão no alto-falante onde você se encontra.

– Certo, mãe. Não sou mais criança e toda às vezes a senhora fala sempre a mesma coisa, não vou me desprender de vocês. – Afirma o filho. O pai pega um carrinho e seguem aqueles enormes corredores com prateleiras recheadas de mercadorias.

A mãe Elis de olho na lista direciona o carrinho para os locais onde estão as mercadorias, no espaço das carnes e ovos, uma arrumação dos ovos deixa o garoto intrigado, arrumaram os ovos na forma de uma pirâmide, um ovo no topo, depois 4 ovos, depois 9 ovos e na parte de baixo 16 ovos, formava assim uma pirâmide

de base quadrada com um total de ovos igual a $(1 + 4 + 9 + 16) = 30$ ovos. A mãe continuou as compras sem observar que o garoto ficara calado, comprou tudo e foram para a fila do caixa, todas enormes, começaram a conversar e o garoto de repente perguntou:

– Pai o senhor viu aquela arrumação dos ovos?

– Sim, filho, muito bonito por sinal.

– Percebeu que formava uma pirâmide de base quadrada e que era mantida uma sequência em que cada superfície era formada por quadrados perfeitos?

– Não prestei atenção a esse detalhe. – respondeu o pai.

– Fiquei bastante curioso – disse Juca – vou perguntar a meu professor Badé a fórmula de calcular a soma total de ovos para construir uma pirâmide daquela, contendo muitas superfícies quadradas de ovos.

Na volta perguntou a mãe se tinha como passar na casa do professor Badé, pois precisava entregar uma demonstração a ele, a mãe Elis pediu que deixasse para mais tarde, após o almoço, porque você desce até a casa dele, aproveita e faz uma visita com mais calma.

O garoto concordou e seguiu para casa, após a chegada toma um banho, almoça deita por um tempo e desce para a casa do professor Badé. Chegando a casa, chama, mas quem aparece é a esposa Dona, Pede que ele entre, pois segundo ela o professo não está bem, cada dia sua situação piora, mas temos que continuar acreditando que ele irá sair dessa.– Claro que ele vai sair. – diz o

Juca. Que entra e vai até o quarto do professor. Este está cada dia mais magro, o garoto fala:

– Boa tarde, professor!

Esse responde forte: – Boa tarde, Juca. O garoto percebe que ele se esforça para demonstrar que está bem. Era para trazer a demonstração ontem, mas houve um problema (conta sobre o ocorrido com o cão de estimação), por isso, não trouxe, mas hoje se o senhor permitir, eu vou passar à tarde aqui com o senhor. – Claro que pode.– diz o professor.

O garoto tira do bolso a demonstração, entrega ao professor que recebe, mas diz que depois analisa.– Tudo bem! – fala Juca. O professor pergunta como está a escola, os colegas como estão, o Tone, o Cion e os outros como estão todos por lá? Juca fala que todos estão bem, só estão sentindo a falta do professor. Falam sempre sobre o senhor e como sabem que sempre venho aqui perguntem como o senhor está.– Que bom! – Fala Badé. – Fico feliz por lembrarem de mim.

Após um dedo de prosa, o garoto fala da pirâmide de ovos que viu no supermercado, pergunta ao professor se tem uma regra para calcular a soma de todos os ovos caso fossem uma pirâmide muito grande, mas como previsto, disse ao garoto que pesquisasse um pouco antes de informar se teria ou não.

– Vou encontrar uma fórmula para somar todos os ovos de uma pirâmide construída como aquela, professor. – disse Juca,

– O professor Badé, por sua vez, disse: – Não esqueça de mim

mostrar quando conseguir.

– Certo, professor, – disse Juca.

Chegando a sua casa, começou a pensar, refletir, tentar, errar, começar tudo outra vez, sem pensar em desistir até que chegasse a uma fórmula para calcular esta soma se existisse. – disse o garoto consigo mesmo. Meu professor sempre diz que temos que encontrar onde atacar o problema, dividir em partes se necessário para trabalhar com problemas menores por vez.

Como o garoto já tinha observado antes, cada superfície sobreposta era formada por quadrados, iniciando da parte superior até a base maior podia somar da seguinte maneira:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$$

Era preciso encontrar algo que permitisse efetuar essa soma, mas não conseguiu de imediato, nos dias posteriores, voltou à casa do professor e disse que iria desistir. Não ia conseguir encontrar o que procurava, o professor disse que tentasse usar a diferença entre o cudo de dois valores e depois o transformasse em um produto formado por um binômio e um trinômio, escreveu o que falou e entregou ao garoto, dizendo – Agora é contigo.

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Juca chegando a casa pegou seu caderno e observando o que o professor escreveu, pensou consigo mesmo se a e b forem dois

números consecutivos.

$$a = n$$

$$b = n - 1$$

Substituí na equação acima e desenvolveu encontrando uma equação em função do valor de (n) .

$$n^3 - (n - 1)^3 = [n - (n - 1)](n^2 + n(n - 1) + (n - 1)^2)$$

$$n^3 - (n - 1)^3 = (n - n + 1)(n^2 + n^2 - n + n^2 - 2n + 1)$$

$$n^3 - (n - 1)^3 = 3n^2 - 3n + 1$$

– Encontrei a fórmula. – falou Juca – vou mostrar ao professor. No dia seguinte, foi até à casa do professor, a esposa Dona abre a porta, pede que Juca entre e diz:

– Você já sabe o caminho. Pode ir.

– Certo. – disse Juca – respirou fundo antes de abrir a porta do quarto, para não demonstrar consternação, bateu na porta, identificou-se e perguntou se podia entrar. O professor Badé respondeu que sim, claro. Ao entrar retirou do bolso a folha de caderno com a demonstração e disse:

– Seguir o que o senhor me orientou e cheguei a esta fórmula. Abrindo a folha e mostrando ao professor.

–Muito bem! – falou Badé.

– Agora quero que encontre uma fórmula fechada para calcular o valor da soma e demonstre para n e comprove para $n + 1$.

– A sugestão que vou dá é substitua o valor de n por $1, 2, \dots, n$ até o valor em que seja igual a n , em seguida, some ambos os lados da igualdade e obterá a fórmula que procura. – disse o professor Badé.

– Vamos mudar de assunto. – disse Badé – Como estão seus pais? – Juca fala que estão trabalhando muito, mas no resto estão bem. Conversaram sobre várias coisas por um bom tempo, após um dedo de prosa o garoto vai embora.

Chegando a sua casa começa a escrever como falou o professor.

$$n = 1 \quad 1^3 - 0^3 = 3 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 + 1$$

$$n = 2 \quad 2^3 - 1^3 = 3 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 1$$

$$n = 3 \quad 3^3 - 2^3 = 3 \cdot 3^2 - 3 \cdot 3 + 1$$

•

•

•

$$\underline{n = n \quad n^3 - (n-1)^3 = 3 \cdot n^2 - 3n + 1}$$

$$n^3 = 3 \cdot n^3 - 3 \cdot n + (1 + 1 + \dots + 1)$$

$$n^3 = 3 \cdot n^2 - 3 \cdot n + n$$

$$n^3 + 3n - n = 3 \cdot n^2$$

$$n^3 + 3(1 + 2 + 3 + \dots + n) - n = 3 \cdot (1^2 + 2^2 + \dots + n^2)$$

$$\frac{n^3 + 3(1 + 2 + 3 + \dots + n) - n}{3} = (1^2 + 2^2 + \dots + n^2)$$

$$\frac{n(n^2-1)+3\left[\frac{(1+n)n}{2}\right]}{3} = S(n)$$

$$S(n) = \frac{n(n+1)(n-1)+\frac{3(n^2+n)}{2}}{3}$$

$$S(n) = \frac{2n(n+1)(n-1)+3n^2+3n}{6}$$

$$S(n) = \frac{(n+1)2n(n-1)+3n(n+1)}{6}$$

$$s(n) = \frac{(n+1)(2n^2-2n+3n)}{6}$$

$$S(n) = \frac{(n+1)(2n^2+n)}{6}$$

$$S(n) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Agora sim... encontrei o que procurava.

Para comprovar esta fórmula, Juca precisa mostrar por indução que ela vale para todo $(n = k)$ e depois vale para $(n = k + 1)$.

Juca verificou para $n = 1$

$$S(1) = \frac{1(1+1)(2 \cdot 1+1)}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

Logo vale para $n = k$, e vai mostrar que vale para $n = k + 1$.

Observe o que Juca fez:

$$1^2 + 2^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2$$

Como já calculou anteriormente que $1^2 + 2^2 + \dots + k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$, substituí e somou $(k+1)^2$. Ficando assim:

$$S(k+1) = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2$$

$$S(k+1) = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + \frac{6(k+1)^2}{6}$$

$$S(k+1) = \frac{(k+1)k[2k+1+6(k+1)]}{6}$$

$$S(k+1) = \frac{(k+1)k[2k+1+6k+6]}{6}$$

$$S(k+1) = \frac{(k+1)k[2k+1+6k+6]}{6}$$

$$S(k+1) = \frac{(k+1)k[2k+3+6k+4]}{6}$$

$$S(k+1) = \frac{(k+1)k[2(k+2)+3(k+2)]}{6}$$

$$S(k+1) = \frac{(k+1)(k+2)[2k+3]}{6}$$

$$S(k+1) = \frac{(k+1)(k+2)[2(k+1)+1]}{6}$$

Com isso, Juca mostrou que vale todo $n = k + 1$.

Satisfeito com a demonstração depois de uma semana tentan-

do provar que existia uma fórmula, o garoto observou que a pirâmide formada por ovos conforme vista no supermercado. Para calcular a soma total de ovos bastava usar a função matemática

$$s(n) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \text{ para todos } n \text{ inteiro e } n \geq 1.$$

Todo orgulhoso, escreveu em seu caderno para, no dia seguinte, levar a casa do professor.

Após a aula foi à casa do professor antes mesmo de ir para casa dizendo: – Hoje vou de carro até a casa do professor, desço e digo ao motorista que pode seguir, pois vou demorar um pouco aqui. Chegando à frente da casa, pediu ao motorista que parasse porque ia descer e que ele podia seguir, mas não conseguiu mostrar já que quando chamou, a esposa Dona abre a porta com os olhos cheios de lágrimas, pede ao garoto para vir em outro momento, pois o professor está no hospital. Ele se sentiu mal e precisou ficar internado. Juca baixa a cabeça e começa a chorar, mas ele vai sair dessa, amanhã volto aqui para saber como ele está. Pode ser? – perguntou Juca.

– Claro. – disse a esposa Dona.

Chegando a casa triste, a mãe pergunta o que aconteceu e por que o carro não o trouxe hoje, Juca conta o que aconteceu depois entra em seu quarto.

No dia seguinte, pela manhã, resolveu ligar para saber como estava o professor e a esposa falou que ele ia permanecer internado, não sabia quando sairia do hospital. O garoto perguntou se podia visitá-lo no hospital, a esposa disse que sim, a visita começa às 15 horas e vai até às 17 horas. Ele vai adorar sua visita. – Certo,

aproveito e levo a minha demonstração. – diz o discípulo contente. A esposa agradece pelo carinho e atenção.

À tarde, o garoto pede a mãe para levá-lo até o hospital para visitar o professor, a mãe sem protestar disse:

– Levo sim, dou um jeito de sair do trabalho um tempinho e levo-o. Quando eles chegam ao hospital Juca fala para a mãe só voltar para pegá-lo às 17 horas, pois é quando acaba o horário da visita e o horário de expediente da mãe. Juca chega onde está o professor Badé com um sorriso no rosto, e o professor macambúzio não queria está ali, mas o garoto inicia a conversa sobre a demonstração e, prontamente, o professor muda o semblante, o sorriso aparece e a melancolia some.

O professor adorava a visita do garoto. Este nunca demonstrava consternação na presença do professor, falava apenas da sua grande paixão que é a matemática.

– Posso deixar a demonstração que fiz com o senhor? – perguntou Juca.

– Claro que sim. – Fala o professor – assim tenho alguma coisa útil para passar o tempo.

– Antes de ir embora, tenho outro desafio para você. – Fala o professor.

– Adoro seus desafios. – Fala Juca.

Cubo mágico quebrado

CAPÍTULO XI

O professor pede que Juca quebre um cubo mágico e desmonte todo o seu cubo. Medindo o lado de um cubinho você terá 1 cm em suas dimensões, ao lado construa outro cubo agora com dois cubinhos na horizontal e dois na vertical perceba que formará outro cubo com 2 cm de cada lado e que para construir este ele usou 8 cubinhos menores. Observe que o cubo mágico era formado com os 27 cubinhos menores sendo que estes tinham 3 cm de cada lado. Quero que encontre uma fórmula fechada para calcular a soma dos volumes dos cubos começando com 1 cm, depois 2 cm e assim até o último com n cm. Quando encontrar me entregue. Espero que já esteja em minha casa, assim ficamos mais a vontade e discutiremos melhor. Vou observar esta demonstração que me entregou, obrigado pela companhia e por me ajudar a passar o tempo com algo útil, você tem me dado sentido a vida. – fala o professor Badé.

O garoto procura forças para não chorar, torce para que o professor saia dessa, mas sabe que é muito difícil, possivelmente serão os últimos dias que ele o visita lúcido.

Na volta para casa, Juca pede a mãe Elis que pare para comprar um cubo mágico, pois o professor mandou uma tarefa para ele. A mãe atende ao pedido e para, Juca desce, compra e seguem para

casa. Chegando a casa Juca quebra o cubo, a mãe Elis se assusta e pergunta por que fez aquilo já que tinha sido uma solicitação do professor que ele tanto ama. – Nada mãe. – disse o garoto. É para formar outros cubos com os cubinhos menores e construir outros dois cubos segundo orientação do professor, um com 1 cm de lado e outro com 2 cm de lado, o professor Badé quer que eu encontre uma fórmula fechada para calcular a soma dos volumes dos cubos começando com 1 cm de lado até o volume do cubo com n cm de lado. A mãe fala: – Agora sim, está explicado o porquê de quebrar.

Juca entrou no quarto dele e começou a calcular iniciando pelo volume do cubinho de 1 cm de lado e este tinha 1 cm^3 de volume, pois o volume deste é calculado pela regra $V = a \cdot a^3$ onde a é a medida da aresta. O cubinho formado com 2 cubinhos de cada lado tem seu volume $V = 8 \text{ cm}^3$, pois $V = 2(2^2) = 8$

Para formar os dois cubinhos ele usou 9 cubinhos, ou seja, somando $1^3 + 2^3 = 9$. Após muitas tentativas de erros, sempre que chegava a uma fórmula que não funcionava, lembrava da frase de Thomas Edison que o professor sempre repetia “Eu não falhei. Apenas descobrir 10 mil maneiras que não funcionam”. Até que ele percebeu que somado os lados de cada cubo e elevando ao quadrado o resultado é igual a elevar cada lado ao cubo e após somá-los, Com isso, ele conseguiu uma fórmula para calcular a soma dos cubos de 1 até o n -ésimo número, observe o raciocínio que ele usou na escrita abaixo:

$$(1)^3 = 1^2 = 1$$

$$1^3 + 2^3 = (1 + 2)^2 = 3^2 = 9$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 = (1 + 2 + 3)^2 = (6)^2 = 36$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = (1 + 2 + 3 + 4)^2 = (10)^2 = 100$$

Seguindo esse raciocínio, Juca observou que somar de 1^3 até n^3 é igual a somar de 1 até n e elevar este valor ao quadrado como mostrado abaixo:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2$$

O garoto observou que de 1 a n é uma progressão aritmética de razão 1, lembrou que para somar essa sequência devia usar a fórmula que demonstrou no problema das bolas de isopor $S(n) = \frac{(n+1)}{2} \cdot n$.

Logo após percebeu que bastava elevar esta fórmula ao quadrado, encontrando, assim, a fórmula fechada de acordo com o que pediu o professor.

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

Para provar a fórmula, o garoto vai tentar provar por indução sobre n .

Testou para $n = 1$

$$\frac{1(1+1)^2}{4} = \frac{4}{4}$$

Percebeu que vale para $n = 1$ supôs válido para $n = k$, e vai mostrar que vale para $n = k + 1$.

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 + (k + 1)^3$$

Sabemos que $1^3 + 2^3 + \dots + k^3 = \frac{k^2(k+1)^2}{4}$, com isso:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 + (k + 1)^3$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{k^2(k+1)^2}{4} + (k+1)^3 \\
&= \frac{k^2(k+1)^2 + 4(k+1)^3}{4} \\
&= \frac{k^2(k+1)^2 + 4(k+1)^2(k+1)}{4} \\
&= \frac{(k+1)^2[k^2 + 4(k+1)]}{4} \\
&= \frac{(k+1)^2[k^2 + 4k + 4]}{4} \\
&= \frac{(k+1)^2(k+2)^2}{4}
\end{aligned}$$

Juca mostrou que vale para $n = k + 1$.

Seu coração palpitava de alegria por demonstrar, entretanto, triste por imaginar que isto poderia está chegando ao fim.

No dia seguinte, escreveu direitinho em uma folha de caderno, foi ao hospital, entregar a demonstração, visitar seu grande amigo e eterno mestre. Chegando ao hospital, foi informado que hoje o professor não ia receber visitas. Seu estado de saúde tinha piorado e somente a família o viria, mesmo assim, com tempo muito limitado. Quando a esposa Dona chegou, Juca entregou a demonstração, pediu que entregasse a ele. Esta seguiu um corredor longo que dava acesso a sala em que estava o professor, Juca assistia do lado de fora de um portão ela andar até chegar onde ele estava. Em seguida, sentou e ficou aguardando-a para perguntar

sobre a saúde do mestre.

Pouco tempo depois chega à esposa Dona com um semblante triste, o garoto vai até ela e pergunta como está o professor? Com os olhos cheios de lágrimas, ela fala que está chegando a hora... Deixei sua demonstração próxima a ele. Ele pediu que eu levasse uma folha branca e uma caneta, precisa escrever algumas coisas para mandar para você sobre a demonstração anterior, mas só amanhã, hoje, não poderei o ver outra vez.

Dona olhou nos olhos do garoto e agradeceu por tudo que ele tem proporcionado ao professor Badé e fez mais um pedido: – Não perca a fé, nem o abandone. Você não imagina o quanto você é importante para ele.

Pandemia dos morcegos

CAPÍTULO XII

Depois disso, o garoto saindo do hospital, resolveu voltar para casa a pé, passando em frente a uma casa antiga onde praticamente não entrava luz, um habitat ideal para morcegos, sentia aquele odor insuportável e ouviu chiados emitidos pelos morcegos, que é a forma de demonstrar autoridade e atrair o morcego do sexo oposto. Próximo desta casa tem um sítio com muitas árvores frutíferas mangueira, cajueiro e tantas outras que possibilitam os morcegos se alimentarem o ano inteiro. Não tendo predadores a quantidade de morcegos aumenta a cada dia, clima favorável e alimentação em abundância são ingredientes que não faltam para o crescente número desta espécie.

Por vários dias, o garoto fez este trajeto, como é bastante curioso, observou que por um ato natural os morcegos estavam se retirando desta casa e se espalhando por outros lugares que aparentemente não seria habitável por esta espécie. Os moradores da cidade acharam aquele movimento estranho, alguns falavam que a espécie estava se modernizando. Realmente é anormal, mas a natureza é bela e as espécies se adaptam ao local, modificando seus sentidos, adequando-se ao ambiente a claridade e até mesmo aos alimentos. Estes passaram a voar durante o dia, andavam entre

pessoas com o voar agitado e com barulho que assustava quando eles se aproximavam e desviavam em um movimento brusco.

O garoto curioso, como sempre, com este ocorrido resolveu entrar na velha casa e entender o motivo pelo qual os morcegos estavam abandonando aquele local. Antes de procurar um lugar para entrar, olhou pela fresta da porta se havia claridade que provocasse aquele abandono dos morcegos e nada..., a escuridão era propícia para a espécie. Em vista disso, percebeu que teria que entrar na casa.

No dia seguinte, trouxe consigo uma lanterna de pilha. Ao lado da velha casa tem um muro que se distancia em um metro da parede. Pôs um pé em cada parede e com os braços abertas também encostado em cada parede, vagorosamente como um camaleão, subiu até conseguir pôr a mão no caibro. Retirou algumas telhas, quebrou as ripas até que tinha espaço para seu corpo passar, acendeu a lanterna e logo percebeu muitos morcegos mortos no chão, outros atordoados e sem forças, que chocavam contra o chão. Os morcegos após pousar no solo não conseguem mais voar, o garoto se fez a seguinte pergunta: –Que aconteceu para que eles caíssem no solo deste jeito?

Neste momento, um morcego que não tinha voado desprendeu suas garras da ripa e, com medo da presença do garoto, despencou até o solo já que não tinha forças para voar. Imaginou o garoto; Alguém mal intencionado teria posto algum veneno? Mas por que tamanha maldade? Quem há muito tempo tomava conta desta velha casa? Os vizinhos são os mesmos, acredito não ter

sido ninguém dali, mas e por que alguns estavam saindo do local?”. Muitas perguntas sem respostas apareceram na cabeça do garoto.

Pensou: “vou fazer uma armadilha. Prender alguns e verificar se tem algo anormal com eles.” Chegando a casa, contou ao pai o que fez e pediu que o ajudasse a fazer algo que conseguisse prender os morcegos vivos, o pai logo encontrou uma solução, dizendo: – Vamos pôr uma tela de náilon transparente como uma rede de pesca e assim o fez.

No dia seguinte, o garoto colocou a armadilha em um local de saída e entrada de morcegos. Falou para o pai: – É ali que vamos pôr. Quando eles forem sair da casa, entram na rede e pegamo-los. Na primeira vez que pôs a rede, três morcegos aparentemente saudáveis foram pegos. O garoto os separou em três gaiolas, pondo uma adjacente a outra as numerando com os algarismos de 1 a 3.

No dia seguido, conseguiu pegar quatro novos morcegos e, assim, como no dia anterior, pôs cada um em uma gaiola uma ao lado da outra e numerou-as com os algarismos de 1 a 4.

Após essas capturas, o garoto convidou um biólogo para fazer parte da pesquisa. Esse colheu sangue dos morcegos, levou a um laboratório e descobriu um vírus contagiante entre eles, mas nem todos os morcegos tinham contraído este vírus ainda. Alguns já tinham contraído e criado anticorpos, o biólogo disse ao garoto que infelizmente alguns vão morrer. Isto só será controlado quando todos os morcegos contraírem o vírus ou se distanciarem uns dos outros. Como não será possível fazer esta separação, somente no caso de infecção em toda espécie se cessará estas mortes.

A causa destas ocorrências, possivelmente, é devido à chegada de morcego de outras localidades portadores do vírus que vem contaminando os daqui. Estes não tinham anticorpos, que os protegessem, logo muitos irão morrer já que com o tempo todos serão infectados e os que não morrerem, criarão anticorpos combatentes e sobreviverão.

O biólogo orientou o garoto que fizesse a cada hora uma permutação entre as gaiolas, até que não fosse possível permuta sem repetir. No final desta permutação, o biólogo recolhia sangue e levava ao laboratório. No segundo exame, todos estavam infectados, observou que os aproximando, o vírus passava de um para o outro. Aqueles morcegos que saíram da casa perceberam que ficando todos juntos serão contagiados muito rapidamente e muitos morrerão não apenas pelo contágio do vírus, mas pela falta de higiene no local. Para saber a quantidade de morcegos que poderiam morrer, o garoto fez uma análise probabilística.

As análises foram feitas separadamente em relação aos dias em que os morcegos foram presos, logo observou que alguns deles morreram. Para os estudos sobre as mortes dos morcegos, o garoto fez observações probabilísticas em que a probabilidade de morte, no caso dos três primeiros, foi calculada da seguinte maneira:

Se fizer a permutação dos três Algarismos à probabilidade de um morcego morrer foi igual à probabilidade de pelo menos um Algarismo está na ordem correta. Observou-se que no caso dos quatro morcegos a situação foi à mesma, ou seja, permutando-se os quatro Algarismos a probabilidade de um morcego morrer foi igual

à probabilidade de pelo menos um dos algarismos está na ordem correta.

Após esta análise o garoto percebeu que a probabilidade de morte dos morcegos era numa sequência possível de encontrar uma função que permitisse calcular a quantidade de morcegos que morriam dependendo de quantos morcegos estavam próximos um do outro.

O garoto analisou cada caso e calculou a probabilidade que encontrou.

Caso (1) - com os três algarismos.

Total de possibilidades de permutação igual a $3!$

Total: 6 possibilidades.

Começando com o 1 - $(1,2,3)(1,3,2)$ – 2 casos em que pelo menos um algarismo está na ordem correta.

Começando com o 2 – $(2,1,3)(2,3,1)$ – 1 casos em que pelo menos um algarismo está na ordem correta.

Começando com o 3 – $(3,1,2)(3,2,1)$ – 1 casos em que pelo menos um algarismo está na ordem correta.

Calculando a probabilidade em que permutando os algarismos pelo menos um está na ordem correta temos:

$$P = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Caso (2) - com os três algarismos.

Total de possibilidades igual a $4!$

Total 24 possibilidades.

Começando com o 1 - $(1,2,3,4)(1,2,4,3)(1,3,2,4)(1,3,4,2)(1,4,3,2)(1,4,2,3) = 6$ casos em que pelo menos um algarismo está na ordem correta.

Começando com o 2 - $(2,1,3,4)(2,1,4,3)(2,3,1,4)(2,3,4,1)(2,4,1,3)(2,4,3,1) = 3$ casos em que pelo menos um algarismo está na ordem correta.

Começando com o 3 - $(3,2,1,4)(3,2,4,1)(3,1,2,4)(3,1,4,2)(3,4,1,2)(3,4,2,1) = 3$ casos em que pelo menos um algarismo está na ordem correta.

Começando com o 4 - $(4,1,2,3)(4,1,3,2)(4,2,1,3)(4,2,3,1)(4,3,1,2)(4,3,2,1) = 3$ casos em que pelo menos um algarismo está na ordem correta.

$$P = \frac{6}{24} + \frac{3}{24} + \frac{3}{24} + \frac{3}{24} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$$

A partir destas informações, o garoto pretende encontrar uma fórmula que calcule a probabilidade de morcegos mortos em função de n morcegos aglomerados.

No primeiro caso, com 3 algarismos a probabilidade foi calculada da seguinte maneira:

$$P(3) = \frac{(3-1)! + \frac{(3-1)(3-1)!}{2}}{3!} = \frac{2 + \frac{2 \cdot 2}{2}}{6} = \frac{2+2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

No segundo, caso com 4 algarismos a probabilidade foi de:

$$P(4) = \frac{(4-1)! + \frac{(4-1)(4-1)!}{2}}{4!} = \frac{6 + \frac{3 \cdot 6}{2}}{24} = \frac{6+9}{24} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$$

O garoto observou que para calcular a probabilidade de morcegos mortos numa aglomeração com n morcegos, basta usar a seguinte fórmula:

$$P(n) = \frac{(n-1)! + \frac{(n-1)(n-1)!}{2}}{n!}$$

Resolvendo temos:

$$P(n) = \frac{(n-1)! \left(1 + \frac{n-1}{2}\right)}{n!}$$

$$p(n) = \frac{(n-1)! \left(\frac{n+1}{2}\right)}{n!} = \frac{(n-1)! \left(\frac{n+1}{2}\right)}{n(n-1)!} = \frac{n+1}{2n}$$

Para todo $n \geq 3$.

Para comprovar precisa mostrar por indução sobre n .

Inicialmente mostrou que a fórmula serve para $n = 3$

$$P(3) = \frac{3+1}{2 \cdot 3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Mostrou que vale para $n = 3$, supôs válido para $n = k$, e vai mostrar que vale para $n = k + 1$.

Para isso usou a demonstração abaixo.

Seja $= 1, 2, 3, \dots, k, (k + 1)$, sabemos que até o k , vale $P(k) = \frac{k+1}{2k}$ acrescentando a probabilidade de $(k + 1)$ temos:

$$P(k + 1) = \frac{(k+1-1)!}{(k+1)!} + \frac{\frac{(k+1-1)!}{2}}{(k+1)!} \dots + \frac{\frac{(k+1-1)!}{2}}{(k+1)!}$$

Com isso, podemos escrever:

$$P(k + 1) = \frac{(k+1-1)!}{(k+1)!} + \frac{(k+1-1)(k+1-1)!}{2(k+1)!}$$

$$p(k + 1) = \frac{k!}{(k+1)!} + \frac{(k)(k)!}{2(k+1)!}$$

$$p(k + 1) = \frac{k!}{(k+1)(k)!} + \frac{(K).k!}{2(k+1)(k)!}$$

$$p(k + 1) = \frac{1}{(k+1)} + \frac{(K)}{2(k+1)}$$

$$p(k + 1) = \frac{2+k}{2(k+1)}$$

Assim, Juca provou que vale para $n = k + 1$.

Com os cálculos, o garoto observou que quanto maior o número de infectados menor a probabilidade de morcegos mortos. Isto acontece por que quanto mais infectados e não mortos mais morcegos com anticorpos que não serão mais contagiados, levando em consideração apenas o vírus.

Após a conclusão, o garoto precisava mostrar sua descoberta ao professor. Ligou para a casa do mestre, e a esposa Dona atendeu, perguntou como o professor estava, pois nos últimos dias esteve muito ocupado e não teria ido visitá-lo. A esposa com a voz trêmula responde que está em casa se recuperando, mas pela voz dela ele percebeu que não estava nada bem.

Juca esqueceu sua demonstração, saiu até à casa do professor, chamou e a esposa Dona abriu o portão, ele entrou, sentou ao lado do professor, conversaram por muito tempo, nesta conversa o educador perguntou o que estava tomando tanto tempo do garoto. O aprendiz contou a história da pandemia dos morcegos e da regra

que encontrou para calcular a probabilidade de morcegos mortos.

Neste momento, perguntou como o docente estava se sentindo. Este respondeu que não estava nada bem, falou que já havia passado por problemas na vida, quedas de bicicletas quando garoto, acidente de carro na época da juventude e tantas doenças que o levaram a se debilitar e internar-se em hospitais, entretanto essa era a pior de todas.

Então, Badé pegou o livro “Como Evitar Preocupações e Começar a Viver” de Dale Carnegie, que estava lendo e tinha separado um trecho deste livro em que o autor fala sobre uma história do Dr. Hassy Emerson Fosdick muito interessantes referentes às batalhas ganhas e perdidas por um gigante da floresta.

Badé disse: - Me identifiquei bastante com o texto gostaria de ler este trecho para você Juca, Juca concordou e o professor iniciou a leitura.

“Nas fraldas de Long’s Peak, no Colorado jazem as ruínas de uma árvore gigantesca. Os naturalistas dizem que deve ter cerca de quatrocentos anos. Era apenas um arbusto quando Colombo desembarcou em São Salvador, tinha a metade do tamanho o que chegou quando os peregrinos se estabeleceram em Plymouth. Durante o curso da longa vida, os raios golpearam-na catorze vezes – e as inumeráveis tempestades e avalanches de quatro séculos desabaram sobre ela. Sobreviveu a tudo. Um dia, porém, um exército de insetos a atacou, atirando-a, finalmente, por terra. Os insetos abriram caminho através do tronco e destruíram, aos poucos, com os seus débeis, mas constantes ataques, o vigor profundo da ár-

vore. Um gigante da floresta, que o tempo não secou, os raios não destruíram, as tempestades não subjugaram, caiu, afinal, diante de insetos tão insignificantes, que um homem poderia esmagá-los entre as unhas”.

Juca ouviu a história atentamente, seus olhos cheios de lágrimas, pois entendeu que o professor estava percebendo que seu tempo entre os homens estava chegando ao fim, mas ele sempre demonstrava forças e superação. Quando ia saindo de sua casa, Badé perguntou se estaria na escola no dia seguinte. Juca respondeu que sim, se despediram e Juca retornou a sua casa.

O fim

CAPÍTULO XIII

No outro dia, quando Juca chegou à escola, esta ainda estava fechada. – Que aconteceu? – perguntou a um colega. Ele disse: – não sabemos – ninguém informa nada, estamos aqui aguardando a abertura do portão. Pouco tempo depois, o portão é aberto, todos entram e deparam-se com o pátio enfeitado e um palco todo bonito. Os alunos ficaram surpresos com tudo aquilo quando, de repente, a diretora fala ao microfone: – Hoje vamos iniciar as aulas no pátio, todos devem sentar e aguardar as instruções dos funcionários da escola.

Após um tempo de suspense, a diretora sobe ao palco e inicia sua fala: - Hoje estamos reunidos para festejar a alegria de termos em nossa casa um grande professor, não vai trabalhar aulas em sala, mas contaremos com sua presença em nosso meio, é com muita alegria que trago a este palco o professor de matemática Badé. Todos gritaram e bateram palmas, Juca ficou surpreso, pois esteve, no dia anterior, à casa do mestre e este não tinha feito nenhum comentário sobre sua vinda a escola. Falou para o colega ao lado: – Ontem fui a casa dele e ele não falou nada sobre isto. Uma grata surpresa. – disse o garoto.

O mestre pega o microfone e inicia sua fala agradecendo a todos especialmente a sua esposa e familiares. De repente, ele começa a falar sobre o tempo que estava doente e aquilo que fez ele

perdurar até aquele momento. – Quero aqui agradecer ao melhor aluno que tive em minha vida, ele acreditava que eu o ensinava, mas na verdade era uma via de mão dupla, quantas vezes ele me pediu orientações, e eu dei até onde sabia, mas precisei estudar, e muito, sobre cada conteúdo e quando ele me entregava e eu as lia aprendia muito mais. Além de aprender matemática, que é minha paixão, ele me transformou em um ser humano muito melhor. Fez-me entender o sentido da vida, ensinou-me a ter paciência e o verdadeiro sentido do amor.

Finalizou chamando Juca até o palco, citou um texto do livro “O poder da paciência” de M. J. Ryan, “ser grato não significa dizer ‘obrigado’ quando alguém nos faz um favor, mas sentir uma alegria genuína por esta pessoa existir”. Deu um abraço e um beijo em sua cabeça, depois cumprimentou com um aperto de mão e desceram, neste instante, o garoto tirou a demonstração sobre a probabilidade de morte dos morcegos e entregou-a ao professor, que disse que aguardaria sua resposta sobre a demonstração, que tinha achado uma das melhores demonstrações que fez até hoje, por coincidência estou te entregando neste dia muito especial. Em seguida, todos voltaram a sua sala de aula.

O corpo do professor estava esquelético, todos ali sabiam que aquele momento era de despedida. A doença que ele tinha era irreversível, foi um momento que Deus o permitiu para agradecer a Juca e a todos ao seu redor, além de ser homenageado pela escola. Saindo da escola o professor voltou a sua residência. À noite se sentiu mal, voltou ao hospital, enquanto estava lúcido escreveu: “Meu corpo está adormecendo, sei que estou partindo e não terei a

oportunidade de falar a Juca o que sempre falo, então, vou escrever. ‘Este garoto vê matemática em tudo’, não vou ter a oportunidade de usufruir sua última demonstração, uma pena, pois falou que foi a melhor de todas.”

Em seguida, pegou a mão de sua esposa, apertou com toda força que tinha, olhou profundamente nos olhos dela, uma lágrima escorreu nos seus olhos, fechou os olhos e partiu.

FIM.

